

**Interrogation écrite de cours
du mardi 19 mars 2024
(10 minutes)**

Numéro :

Prénom et nom :

Note : / 20

I. (3 points : 1 point + 1 point + 1 point)

Appliquer l'algorithme d'Euclide aux entiers suivants : 7 et 4 ; 130 et 35 ; 145 et 127.
On écrira un algorithme dans chaque cadre.

II. (5 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point + 1 point + 1 point)

On considère le script Python suivant où a et b sont deux entiers naturels non tous les deux nuls.

```
a=int(input(" nbr1 : "))
b=int(input(" nbr2 : "))
while b!=0:
    r=a%b
    a=b
    b=r
print(a)
```

1°) Que renvoie le script ? Répondre par une phrase.

.....

2°) Répondre en cochant la réponse choisie :

- Peut-on remplacer l'instruction `while b!=0` par l'instruction `while b>0` ? oui non
- Peut-on échanger les instructions `r=a%b` et `a=b` ? oui non
- Peut-on échanger les instructions `a=b` et `b=r` ? oui non

III. (4 points : 2 points + 2 points)

Soit a et b deux entiers relatifs dont le PGCD est égal à 14.

Écrire l'ensemble E des diviseurs positifs communs à a et b . Répondre par une égalité.

.....

Énoncer en une phrase la propriété utilisée.

.....

.....

IV. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Soit a, b, c trois entiers relatifs.

Les trois questions sont indépendantes les unes des autres.

1°) On fait les hypothèses suivantes : a est premier avec b ; a est premier avec c .

Énoncer une propriété concernant le produit bc . Répondre par une phrase.

.....

2°) On fait les hypothèses suivantes : b divise a ; c divise a ; b et c sont premiers entre eux.

Énoncer une propriété concernant le produit bc . Répondre par une phrase.

.....

3°) On fait les hypothèses suivantes : a divise bc ; a et b sont premiers entre eux.

Que peut-on en déduire ? Répondre par une phrase.

.....

V. (2 points)

Soit a et b deux entiers relatifs non tous les deux nuls dont le PGCD est égal à d .

On note a' et b' les entiers tels que $a = da'$ et $b = db'$.

Que peut-on dire de a' et b' ? Répondre par une phrase (sans notations mathématiques).

.....

Corrigé de l'interrogation écrite du 19-3-2024

I.

Appliquer l'algorithme d'Euclide aux entiers suivants : 7 et 4 ; 130 et 35 ; 145 et 127.
On écrira un algorithme dans chaque cadre.

$$\begin{aligned}7 &= 4 \times 1 + 3 \\4 &= 3 \times 1 + 1 \\3 &= 3 \times 1 + 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}130 &= 35 \times 3 + 25 \\35 &= 25 \times 1 + 10 \\25 &= 10 \times 2 + 5 \\10 &= 5 \times 2 + 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}145 &= 127 \times 1 + 18 \\127 &= 18 \times 7 + 1 \\18 &= 18 \times 1 + 0\end{aligned}$$

On fait apparaître les restes nuls des divisions euclidiennes.

II.

On considère le script Python suivant où a et b sont deux entiers naturels non tous les deux nuls.

```
a=int(input(" nbr1 : "))
b=int(input(" nbr2 : "))
while b!=0:
    r=a%b
    a=b
    b=r
print(a)
```

1°) Que renvoie le script ? Répondre par une phrase.

Le script renvoie le PGCD de a et b .

2°) Répondre en cochant la réponse choisie :

- Peut-on remplacer l'instruction `while b!=0` par l'instruction `while b>0` ? oui non
- Peut-on échanger les instructions `r=a%b` et `a=b` ? oui non
- Peut-on échanger les instructions `a=b` et `b=r` ? oui non

III.

Soit a et b deux entiers relatifs dont le PGCD est égal à 14.

Écrire l'ensemble E des diviseurs positifs communs à a et b . Répondre par une égalité.

$$E = \{1; 2; 7; 14\}$$

Énoncer en une phrase la propriété utilisée.

Les diviseurs communs à deux entiers sont les diviseurs de leur PGCD.

IV.

Soit a, b, c trois entiers relatifs.

Les trois questions sont indépendantes les unes des autres.

1°) On fait les hypothèses suivantes : a est premier avec b ; a est premier avec c .
Énoncer une propriété concernant le produit bc . Répondre par une phrase.

a est premier avec bc .

Il s'agit de la propriété : « Si un entier est premier avec deux entiers, alors il est premier avec leur produit ».

2°) On fait les hypothèses suivantes : b divise a ; c divise a ; b et c sont premiers entre eux.
Énoncer une propriété concernant le produit bc . Répondre par une phrase.

bc divise a .

3°) On fait les hypothèses suivantes : a divise bc ; a et b sont premiers entre eux.
Que peut-on en déduire ? Répondre par une phrase.

a divise c .

Il s'agit du théorème de Gauss.

V.

Soit a et b deux entiers relatifs non tous les deux nuls dont le PGCD est égal à d .

On note a' et b' les entiers tels que $a = da'$ et $b = db'$.

Que peut-on dire de a' et b' ? Répondre par une phrase (sans notations mathématiques).

a' et b' sont premiers entre eux.