

On considère une fonction f de \mathbb{C} dans \mathbb{C} telle que :

- $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x$;
- $\forall (z; z') \in \mathbb{C}^2 \quad f(z + z') = f(z) + f(z')$;
- $\forall (z; z') \in \mathbb{C}^2 \quad f(zz') = f(z)f(z')$.

1°) Démontrer que $f(i) = i$ ou $f(i) = -i$.

2°) On suppose que $f(i) = i$. Démontrer que : $\forall z \in \mathbb{C} \quad f(z) = z$.

3°) On suppose que $f(i) = -i$. Démontrer que : $\forall z \in \mathbb{C} \quad f(z) = \bar{z}$.