

On considère une fonction  $f$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  telle que :

- $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x$  ;
- $\forall (z; z') \in \mathbb{C}^2 \quad f(z + z') = f(z) + f(z')$  ;
- $\forall (z; z') \in \mathbb{C}^2 \quad f(zz') = f(z)f(z')$ .

1°) Démontrer que  $f(i) = i$  ou  $f(i) = -i$ .

2°) On suppose que  $f(i) = i$ . Démontrer que :  $\forall z \in \mathbb{C} \quad f(z) = z$ .

3°) On suppose que  $f(i) = -i$ . Démontrer que :  $\forall z \in \mathbb{C} \quad f(z) = \bar{z}$ .