T exp

Interrogation écrite du lundi 7 février 2022 (30 minutes)

- fiche
- calculatrice

Numéro : ….. **Prénom et nom :** …………………………………………………

Note : ….. / 20

I. (6 points : 3 points + 3 points)

Le code d'identification d'un article est formé de sept chiffres entre 0 et 9. Les six premiers chiffres identifient l'article ; le septième est une clé de contrôle destinée à déceler une erreur dans l'écriture des six premiers. On notera $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ un tel code. La clé de contrôle x_7 est le chiffre des unités de l'écriture en base dix de la somme $\mathrm{N}=(x_1+x_3+x_5)+7(x_2+x_4+x_6)$.

Exemple : On considère un article dont les six premiers chiffres du code d'identification sont 5 4 7 2 3 8.

On calcule $\mathrm{N}=(5+7+3)+7\times(4+2+8)=15+7\times14=113$.

Le chiffre des unités de l'écriture en base dix de N est 3 donc la clé de contrôle du code d'identification est $c=3$.

1°) On considère un article dont les six premiers chiffres du code d'identification sont 1 1 8 2 5 7.
Quelle est la clé de contrôle ?

… (une seule réponse, sans égalité et sans justifier)

2°) Compléter la fonction Python `cle(L)` dans l'encadré ci-dessous qui prend pour argument la liste L dont les éléments sont les six premiers chiffres du code d'un article et qui renvoie la clé de contrôle *c*.

```
def cle(L):
    N=L[0]+L[2]+L[4]+7*(L[1]+L[3]+L[5])
    c=……..
    return c
```

II. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{Z}$ pour tout entier relatif *x* par $f(x)=\frac{x}{3}$ si *x* est divisible par 3 et $f(x)=x-1$ si *x* n'est pas divisible par 3.

1°) Compléter la fonction Python `image(n)` qui prend pour argument un entier relatif *n* et qui renvoie son image par *f*.

```
def image(x):
    if ……………………….. :
       y=x/3
    else:
        …………
    return …..
```

2°) Déterminer les antécédents par *f*

de 674 : ………………………

de – 674 : ………………………

3°) Pour tout entier relatif x, on pose $g(x) = f(x) + f(-x)$.
Déterminer la valeur de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
Rédiger correctement en écrivant une idée par ligne.

………

………

………

………

III. (2 points)

Compléter la fonction Python `mult3(n)` qui prend pour argument un entier naturel *n* et qui renvoie la liste des multiples de 3 positifs ou nuls inférieurs ou égaux à *n*.

```
def mult3(n):
    L=[k for k in range ………….. if ………..……..]
    return L
```

IV. (2 points)

Dans le plan complexe *P* muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère le point A d'affixe $\dfrac{3\text{i}}{2}$.
On note *E* l'ensemble des points M de *P*, d'affixe *z*, tels que $|2z - 3\text{i}| = 4$.

Compléter la phrase :

L'ensemble *E* est ……………………………………………..…………………………………………………… .

V. (4 points : 2 points + 2 points)

Le plan *P* est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Soit M un point quelconque de *P* et M' son image par la transformation *f* précisée dans chaque question.
On note $(x\,;y)$ les coordonnées de M et $(x'\,;y')$ les coordonnées de M'.
Exprimer x' en fonction de *x* et y' en fonction de *y*. Écrire directement les expressions.

1°) *f* est l'homothétie de centre O et de rapport 3.

2°) *f* est la translation de vecteur $\vec{u} = \vec{j} - 2\vec{i}$.

Corrigé de l'interrogation écrite du 7-2-2022

I.

Le code d'identification d'un article est formé de sept chiffres entre 0 et 9. Les six premiers chiffres identifient l'article ; le septième est une clé de contrôle destinée à déceler une erreur dans l'écriture des six premiers. On notera $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ un tel code. La clé de contrôle x_7 est le chiffre des unités de l'écriture en base dix de la somme $\mathrm{N}=\left(x_1+x_3+x_5\right)+7\left(x_2+x_4+x_6\right)$.

Exemple : On considère un article dont les six premiers chiffres du code d'identification sont 5 4 7 2 3 8.

On calcule $\mathrm{N}=\left(5+7+3\right)+7\times\left(4+2+8\right)=15+7\times14=113$.

Le chiffre des unités de l'écriture en base dix de N est 3 donc la clé de contrôle du code d'identification est $c=3$.

1°) On considère un article dont les six premiers chiffres du code d'identification sont 1 1 8 2 5 7.
Quelle est la clé de contrôle ?

4 (une seule réponse, sans égalité et sans justifier)

$\mathrm{N}=\left(1+8+5\right)+7\times\left(1+2+7\right)=14+7\times10=84$

2°) Compléter la fonction Python `cle(L)` dans l'encadré ci-dessous qui prend pour argument la liste L dont les éléments sont les six premiers chiffres du code d'un article et qui renvoie la clé de contrôle *c*.

```
def cle(L):
    N=L[0]+L[2]+L[4]+7*(L[1]+L[3]+L[5])
    c=N%10
    return c
```

On peut réaliser le programme sur calculatrice.
On vérifie ainsi la réponse du 1°).

II.

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{Z}$ pour tout entier relatif *x* par $f\left(x\right)=\frac{x}{3}$ si *x* est divisible par 3 et $f\left(x\right)=x-1$ si *x* n'est pas divisible par 3.

1°) Compléter la fonction Python `image(n)` qui prend pour argument un entier relatif *n* et qui renvoie son image par *f*.

```
def image(x):
    if x%3==0:
       y=x/3
    else:
       y=x-1
    return y
```

2°) Déterminer les antécédents par *f*

de 674 : 2022

de – 674 : – 2022 ; – 673

Déterminons les antécédents de 674 par *f*.

On cherche donc les entiers relatifs *x* tels que $f\left(x\right)=674 \quad \left(1\right)$.

$$\left(1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{3}=674 \\ x \text{ divisible par } 3 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x-1=674 \\ x \text{ non divisible par } 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2022 \\ x \text{ divisible par } 3 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x=675 \\ x \text{ non divisible par } 3 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x=2022$ (on retient 2022 car 2022 est divisible par 3 mais pas 675 car 675 est divisible par 3)

3°) Pour tout entier relatif *x*, on pose $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f\left(-x\right)$.
Déterminer la valeur de $g\left(x\right)$ suivant les valeurs de *x*.
Rédiger correctement en écrivant une idée par ligne.

1$^{\text{er}}$ cas : *x* est divisible par 3

Dans ce cas, – *x* est aussi divisible par 3.

$$g\left(x\right)=\frac{x}{3}+\frac{-x}{3}$$

$$=\frac{x}{3}-\frac{x}{3}$$

$$=0$$

2$^{\text{e}}$ cas : *x* n'est pas divisible par 3

Dans ce cas, – *x* n'est pas divisible par 3.

$$g\left(x\right)=x-1-x-1$$

$$=-2$$

III.

Compléter la fonction Python `mult3(n)` qui prend pour argument un entier naturel *n* et qui renvoie la liste des multiples de 3 positifs ou nuls inférieurs ou égaux à *n*.

```
def mult3(n):
    L=[k for k in range(n+1) if k%3==0]
    return L
```

IV.

Dans le plan complexe *P* muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère le point A d'affixe $\dfrac{3\mathrm{i}}{2}$.

On note *E* l'ensemble des points M de *P*, d'affixe *z*, tels que $\left|\,2z-3\mathrm{i}\,\right|=4$.

Compléter la phrase :

L'ensemble *E* est le cercle de centre A et de rayon 2.

On rédige par équivalences.

Soit M un point quelconque du plan *P*, d'affixe *z*.

$$\begin{aligned}
\mathrm{M} \in E \ &\Leftrightarrow \left|\, 2\left(z-\frac{3\mathrm{i}}{2}\right) \right| = 4 \\
&\Leftrightarrow \left|\,2\,\right| \times \left|\, z-\frac{3\mathrm{i}}{2} \right| = 4 \\
&\Leftrightarrow 2 \times \left|\, z-\frac{3\mathrm{i}}{2} \right| = 4 \\
&\Leftrightarrow \left|\, z-\frac{3\mathrm{i}}{2} \right| = 2 \\
&\Leftrightarrow \left|\, z-z_{\mathrm{A}} \,\right| = 2 \\
&\Leftrightarrow \mathrm{AM} = 2
\end{aligned}$$

L'ensemble *E* est le cercle de centre A et de rayon 2.

V.

Le plan *P* est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Soit M un point quelconque de *P* et M' son image par la transformation *f* précisée dans chaque question.
On note $\left(x\,;\,y\right)$ les coordonnées de M et $\left(x'\,;\,y'\right)$ les coordonnées de M'.
Exprimer x' en fonction de *x* et y' en fonction de *y*. Écrire directement les expressions.

1°) *f* est l'homothétie de centre O et de rapport 3.

$$\begin{cases} x' = 3x \\ y' = 3y \end{cases}$$

2°) *f* est la translation de vecteur $\vec{u} = \vec{j} - 2\vec{i}$.

$$\begin{cases} x' = x-2 \\ y' = y+1 \end{cases}$$

1°) $f = h_{(\mathrm{O},\,3)}$

2°) $f = t_{\vec{u}}$

$\vec{u}$ a pour coordonnées $\left(-2\,;1\right)$.

$$\begin{cases} x' = x + x_{\vec{u}} \\ y' = y + y_{\vec{u}} \end{cases}$$