T exp

Interrogation écrite du lundi 6 décembre 2021 (20 minutes)

- fiche
- calculatrice

Numéro : ….. **Prénom et nom :** ………………..…………………………………

Note : ….. / 20

I. (2 points)

Déterminer tous les entiers naturels inférieurs ou égaux à 10 qui ont exactement quatre diviseurs positifs. ………………

II. (4 points : 2 points + 2 points)

Parmi les nombres suivants, quel est celui qui a le plus de diviseurs positifs ? …….
a) 10 ; b) 11 ; c) 12 ; d) 15 ; e) 25 ; f) 35.
Écrire la liste de tous ces diviseurs (positifs) : ………………………………

III. (4 points : 2 points + 2 points)

● Quels sont les entiers relatifs qui divisent à la fois 12 et 15 ? …………

● Quel est le plus petit entier naturel multiple à la fois de 12 et de 15 supérieur ou égal à 100 ? ……

IV. (8 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points ; 4°) 2 points)

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{Z}$ par $f(n)=\dfrac{n}{3}$ si *n* est divisible par 3 et $f(n)=n-1$ si *n* n'est pas divisible par 3. Exemples : $f(12)=4$; $f(10)=9$.
Attention, il s'agit d'une seule fonction définie par deux expressions différentes suivant que le nombre dont on calcule l'image est divisible par 3 ou non.

1°) Quels sont les antécédents de – 5 par *f* ? ……………..

2°) Quels sont les antécédents de 2021 par *f* ? ……………..

3°) Soit *n* un multiple de 9. On pose $n=9k$ où *k* est un entier relatif.
Déterminer $(f\circ f)(n)$. …..……………… (une seule égalité)

4°) Soit *n* un entier relatif de la forme $3k+1$ où *k* est un entier relatif.
Déterminer $(f\circ f)(n)$. …..……………… (une seule égalité)

V. (2 points)

L'alarme d'une maison s'est déréglée. La sonnerie s'est déclenchée à 8 h 40 min, puis a sonné toutes les 35 minutes. Le propriétaire est venu la débrancher à la 21^{e} sonnerie. Quelle heure est-il à ce moment- là ?

………..

Corrigé de l'interrogation écrite du 6-12-2021

I.

Déterminer tous les entiers naturels inférieurs ou égaux à 10 qui ont exactement quatre diviseurs positifs. 6 ; 8 ; 10

II.

Parmi les nombres suivants, quel est celui qui a le plus de diviseurs positifs ? 12
a) 10 ; b) 11 ; c) 12 ; d) 15 ; e) 25 ; f) 35.
Écrire la liste de tous ces diviseurs (positifs) : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12

On écrit les diviseurs positifs des nombres proposés.

10 : 1, 2, 5, 10
11 : 1, 11 (nombre premier)
12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
15 : 1, 3, 5, 15
25 : 1, 5, 25
35 : 1, 5, 7, 35

12 a 6 diviseurs positifs.

III.

● Quels sont les entiers relatifs qui divisent à la fois 12 et 15 ? 1 ; – 1 ; 3 ; – 3

● Quel est le plus petit entier naturel multiple à la fois de 12 et de 15 supérieur ou égal à 100 ? 120

Les multiples positifs de 12 sont 0, 12, 24, 48, 60, 72, 84, 96, 108, $\boxed{120}$, 132, 144, 156, 168, 180…

Les multiples positifs de 15 sont 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, $\boxed{120}$, 135, 150, 165, 180…

On pourrait se contenter d'écrire uniquement les multiples supérieurs ou égaux à 100.

$120 = 12 \times 10$

$120 = 15 \times 8$

IV.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{Z}$ par $f(n) = \dfrac{n}{3}$ si n est divisible par 3 et $f(n) = n - 1$ si n n'est pas divisible par 3. Exemples : $f(12) = 4$; $f(10) = 9$.
Attention, il s'agit d'une seule fonction définie par deux expressions différentes suivant que le nombre dont on calcule l'image est divisible par 3 ou non.

L'exercice aurait pu être présenté en programme de calcul.

$$\begin{array}{ccc} & \text{choisir un entier relatif } n & \\ & \downarrow & \\ & n \text{ divisible par 3 ?} & \\ \swarrow \text{oui} & & \text{non} \searrow \\ \dfrac{n}{3} & & n-1 \end{array}$$

1°) Quels sont les antécédents de – 5 par *f* ? – 4 et – 15

On cherche les entiers relatifs *n* tels que $f(n) = -5 \quad (1)$.

1[er] cas : *n* divisible par 3

Dans ce cas, (1) s'écrit $\dfrac{n}{3} = -5$ ce qui donne $n = -15$ qui convient bien car – 15 est divisible par 3.

2[e] cas : *n* non divisible par 3

Dans ce cas, (1) s'écrit $n-1 = -5$ ce qui donne $n = -4$ qui convient bien car – 4 n'est pas divisible par 3.

Les antécédents de – 5 par *f* sont – 4 et – 15.

2°) Quels sont les antécédents de 2021 par *f* ? 6063

On cherche les entiers relatifs *n* tels que $f(n) = 2021 \quad (2)$.

1[er] cas : *n* divisible par 3

Dans ce cas, (2) s'écrit $\dfrac{n}{3} = 2021$ ce qui donne $n = 6063$ qui convient bien car 6063 est divisible par 3.

2[e] cas : *n* non divisible par 3

Dans ce cas, (2) s'écrit $n-1 = 2021$ ce qui donne $n = 2022$ qui ne convient pas car 2022 est divisible par 3 (on applique le critère sur la somme des chiffres qui vaut ici 6).

Le seul antécédent de 2021 par *f* est 6063.

3°) Soit *n* un multiple de 9. On pose $n = 9k$ où *k* est un entier relatif.
Déterminer $(f \circ f)(n)$. $(f \circ f)(n) = k$ (une seule égalité)

$f \circ f$ est la composée de *f* suivie de *f*.

$$
\begin{aligned}
(f \circ f)(n) &= f\left(f(n)\right)\\
&= f\left(f(9k)\right)\\
&= f\left(\frac{9k}{3}\right) && \text{(en effet, comme } n \text{ est un multiple de 9, } n \text{ est un multiple de 3)}\\
&= f(3k)\\
&= \frac{3k}{3} && \text{(en effet, } 3k \text{ est un multiple de 3)}\\
&= k
\end{aligned}
$$

4°) Soit n un entier relatif de la forme $3k+1$ où k est un entier relatif.
Déterminer $(f \circ f)(n)$. $(f \circ f)(n) = k$ (une seule égalité)

$$
\begin{aligned}
(f \circ f)(n) &= f\left(f(n)\right)\\
&= f\left(f(3k+1)\right)\\
&= f(3k) && \text{(en effet, } n \text{ n'est pas un multiple de 3 ; } f(3k+1) = 3k+1-1 = 3k\text{)}\\
&= \frac{3k}{3} && \text{(en effet, } 3k \text{ est un multiple de 3)}\\
&= k
\end{aligned}
$$

V.

L'alarme d'une maison s'est déréglée. La sonnerie s'est déclenchée à 8 h 40 min puis a sonné toutes les 35 minutes. Le propriétaire est venu la débrancher à la 21^{e} sonnerie. Quelle heure est-il à ce moment- là ?

20 h 20 min

Attention : Il s'agit de sonneries ponctuelles (pas de sonnerie en continu).

8 h 40 min (1ère sonnerie)
9 h 15 min
9 h 50 min
10 h 25 min
11 h 00 min
11 h 35 min
12 h 10 min
12 h 45 min
13 h 20 min
13 h 55 min
14 h 30 min
15 h 05 min
15 h 05 min
15 h 40 min
16 h 15 min
16 h 50 min
17 h 25 min
18 h 00 min
18 h 35 min
19 h 10 min
19 h 45 min
20 h 20 min (21^{e} sonnerie)

On peut aussi procéder par calcul. $8 \text{ h } 40 \text{ min} + (20 \times 35) \text{ min}$.