

TS2

**Interrogation écrite
du lundi 18 décembre 2006**
Durée : 15 minutes

La calculatrice ainsi qu'un brouillon sont autorisés.

Aucune rédaction n'est demandée.

On n'écrira rien d'autre que ce qui est demandé sur cette feuille.

En cas d'absence de réponse, aucun point n'est retiré.

I. (2 points)

Un enfant dispose d'une boîte de sept crayons de couleurs différentes et d'un dessin constitué de cinq zones numérotées de 1 à 5 qu'il doit colorier.

Compléter le tableau ci-dessous (**calculs au brouillon**).

On suppose que l'enfant colorie les cinq zones de cinq couleurs différentes. Combien y a-t-il de façons de colorier le dessin à l'aide des crayons de la boîte ?	
On suppose maintenant que plusieurs zones peuvent recevoir la même couleur. Combien y a-t-il de façons de colorier le dessin à l'aide des crayons de la boîte ?	

II. (5 points)

On extrait simultanément cinq cartes d'un jeu de trente-deux cartes.

Compléter le tableau à l'aide des réponses proposées ci-dessous ; il n'y a pas de calculs à faire.

Le nombre de tirages possibles est égal à	
Le nombre de tirages possibles contenant au moins un as est égal à	
Le nombre de tirages contenant trois trèfles et deux piques est égal à	
Le nombre de tirages ne contenant que des cœurs ou des carreaux est égal à	
Le nombre de tirages contenant exactement un as est égal à	
Le nombre de tirages ne contenant que des cœurs ou ne contenant que des carreaux est égal à	

Réponses proposées :

$$\binom{4}{1} \times \binom{31}{4} \quad ; \quad \binom{8}{5}^2 \quad ; \quad \binom{16}{5} \quad ; \quad 2 \times \binom{8}{5} \quad ; \quad \binom{8}{3} \times \binom{8}{2} \quad ; \quad \binom{32}{5} - \binom{28}{5} \quad ; \quad \binom{4}{1} \times \binom{28}{4} \quad ; \quad \binom{32}{5}$$

III. (3 points)

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = 5$ et par la relation de récurrence $u_{n+1} = 2 + \sqrt{u_n}$ pour tout entier naturel n .

Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est minorée par 4.

Corrigé de l'interrogation écrite du 18-12-2006

I.

On suppose que l'enfant colorie les cinq zones de cinq couleurs différentes. Combien y a-t-il de façons de colorier le dessin à l'aide des crayons de la boîte ?	2520
On suppose maintenant que plusieurs zones peuvent recevoir la même couleur. Combien y a-t-il de façons de colorier le dessin à l'aide des crayons de la boîte ?	16807

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$$

$$7^5 = 16807$$

II.

Le nombre de tirages possibles est égal à	$\binom{32}{5}$
Le nombre de tirages possibles contenant au moins un as est égal à	$\binom{32}{5} - \binom{28}{5}$
Le nombre de tirages contenant trois trèfles et deux piques est égal à	$\binom{8}{3} \times \binom{8}{2}$
Le nombre de tirages ne contenant que des cœurs ou des carreaux est égal à	$\binom{16}{5}$
Le nombre de tirages contenant exactement un as est égal à	$\binom{4}{1} \times \binom{28}{4}$
Le nombre de tirages ne contenant que des cœurs ou ne contenant que des carreaux est égal à	$2 \times \binom{8}{5}$