

# Travail été autres fonctions 2<sup>e</sup>

**1** On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x-4)(-3x-5) + x^2 - 16$  et

$$g(x) = (4x-3)^2 - (2x-4)^2.$$

1°) Factoriser  $f(x)$ ,  $g(x)$  puis  $f(x) - g(x)$ .

2°) À l'aide d'un tableau de signes, déterminer les solutions de chaque inéquation :

a)  $f(x) > 0$  (1) ;

b)  $g(x) \leq 0$  (2) ;

c)  $f(x) \geq g(x)$  (3).

**2** On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x-3)(2x-5) + x^2 - 9$  et  $g(x) = (4x-3)^2 - (x-1)^2$ .

1°) Factoriser  $f(x)$ ,  $g(x)$  puis  $f(x) - g(x)$ .

2°) Résoudre alors l'inéquation  $f(x) > g(x)$ .

**3** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$  par  $f(x) = \frac{4-x^2}{3x-1}$ .

1°) Calculer  $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ .

2°) Le point A(0 ; 4) appartient-il à la courbe représentative  $\mathcal{C}$  de  $f$  dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ?

3°) a) Faire le tableau de signes de  $f(x)$ .

b) Donner le signe de  $f(0,3)$  et de  $f(-1,99)$  sans faire de calcul.

4°) Déterminer les antécédents de  $-4$  par  $f$ .

**4** Dans chaque cas, déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  et calculer, lorsque c'est possible, les images par  $f$  de  $-3$ ,  $0$  et  $3$ .

1°)  $f: x \mapsto \frac{1}{(x-1)^2}$

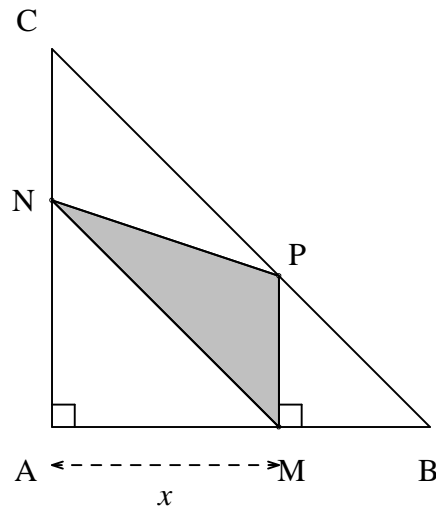
2°)  $f: x \mapsto \frac{1}{x^2-1}$

3°)  $f: x \mapsto \sqrt{x-3}$

5] ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que  $AB = AC = 4$ .

M est un point du segment [AB]. On trace par M la parallèle à (BC) qui coupe [AC] en N et la parallèle à (AC) qui coupe [BC] en P.

On pose  $AM = x$  et on note  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  les aires respectives des triangles AMN, MNP et du trapèze AMPN.

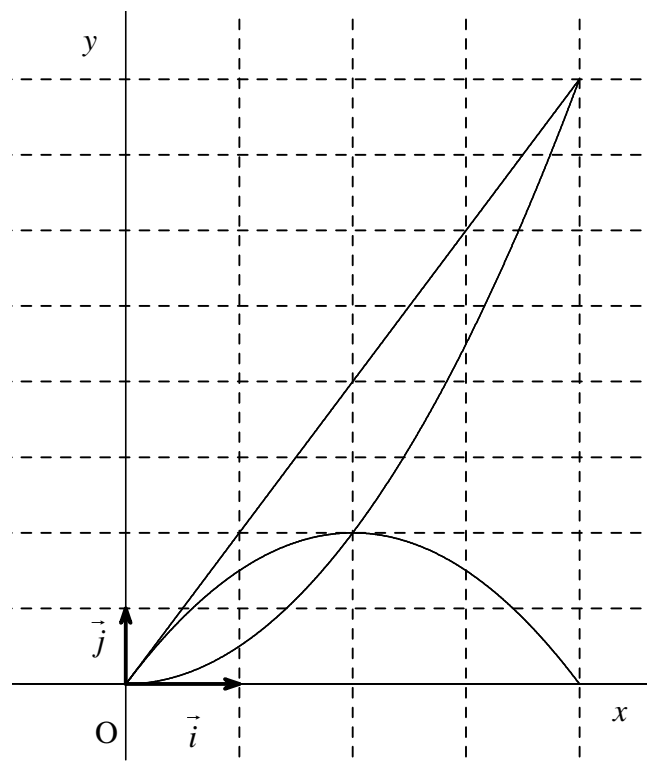


1°) Quel est l'ensemble de définition des trois fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  ?

2°) Démontrer que les triangles AMN et BMP sont rectangles isocèles et déduisez-en MP en fonction de  $x$ .

3°) Calculer dans l'ordre  $f(x)$ ,  $h(x)$  puis  $g(x)$  en fonction de  $x$ .

4) Sur le graphique ci-dessous, on a tracé les courbes représentatives des fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  lorsque  $x$  décrit l'intervalle  $[0; 4]$ .



Pour chacune des courbes, préciser la fonction qu'elle représente.

5) a) Vérifier que  $g(x) = 2 - \frac{(x-2)^2}{2}$ .

b) En déduire que pour tout réel  $x$  de  $[0; 4]$ ,  $g(x) \leq 2$ .

Pour quelle valeur de  $x$ ,  $g(x) = 2$ .

c) En déduire la nature du quadrilatère AMPN lorsque l'aire de MNP est maximale.

d) Pour quelles valeurs exactes de  $x$ , l'aire du triangle MNP est-elle égale à 1 ?

# Solutions

4

$$1^\circ) \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} ; f(-3) = \frac{1}{16} ; f(0) = 1 ; f(3) = \frac{1}{4}$$

$$2^\circ) \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{1; -1\} ; f(-3) = \frac{1}{8} ; f(0) = 1 ; f(3) = \frac{1}{8}$$

$$3^\circ) \mathcal{D}_f = [3; +\infty[ ; f(-3) \text{ et } f(0) \text{ ne sont pas définis ; } f(3) = 0$$