T experts

Devoir pour le mardi 3 novembre 2020

Écrire très lisiblement, sans faire de ratures et sans utiliser d'abréviations.
Utiliser un stylo à plume.

Note : …. / 20

Prénom : ………………………………… **Nom : ……………………………………………………**

I. On lance deux dés tétraédriques bien équilibrés de deux couleurs, l'un bleu, l'autre rouge, dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4. On note les numéros des faces supérieures.

On considère l'équation du second degré $z^2 + az + b = 0$ (E) d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ où le coefficient a est donné par le dé bleu et le coefficient b par le dé rouge.

1°) Compléter le tableau suivant donnant la valeur du discriminant Δ de (E) suivant les numéros des faces supérieures des deux dés.

Dé bleu

Dé rouge	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

2°) Sachant que le numéro de la face supérieure du dé bleu est 2, quelle est la probabilité que (E) admette deux racines complexes conjuguées ?

…………….. (une seule réponse sans égalité)

3°) Sachant que (E) admet deux racines complexes conjuguées, quelle est la probabilité que le numéro de la face supérieure du dé bleu soit 2 ?

…………….. (une seule réponse sans égalité)

II.

On considère l'ensemble $\mathrm{E} = \left\{ -10^{-2020} ; \dfrac{1}{\sqrt{1,21}} ; \dfrac{\pi}{3} ; \sqrt[3]{5} ; -\dfrac{\mathrm{e}}{2} ; 2^{-2020} ; \dfrac{1}{3} - \sqrt{2} ; \left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-101} ; \dfrac{\sqrt{225}}{9} ; \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-21} ; \dfrac{1}{\sqrt{3}-1} \right\}$.

Écrire le sous-ensemble E_1 des éléments de E qui sont des nombres irrationnels.

……………………………………………………………………………………………………..

Écrire le sous-ensemble E_2 des éléments de E qui sont des nombres rationnels non décimaux.

……………………………………………………………………………………………………..

III. Soit n un entier relatif de la forme $4k-1$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
Démontrer que n^2 est de la forme $1+8k'$ avec $k' \in \mathbb{Z}$.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

Corrigé du devoir pour le 3-11-2020

I.

		Dé bleu 1	2	3	4
Dé rouge	1	-3	0	5	12
	2	-7	-4	1	8
	3	-11	-8	-3	4
	4	-15	-12	-7	0

L'univers des possibles Ω est l'ensemble des couples d'éléments de $[\![1\,;6]\!]$.

On peut donc écrire $\Omega = [\![1\,;6]\!]^2$.

On modélise l'expérience aléatoire par une loi d'équiprobabilité P sur Ω.

1°) Probabilité que (E) admette deux racines complexes conjuguées sachant que le numéro de la face supérieure du dé bleu est 2 : $\dfrac{3}{4}$ (il y a 4 cas où le numéro de la face supérieure du dé bleu est 2 et parmi ceux-ci, il y a 3 cas où $\Delta < 0$).

2°) Probabilité que le numéro de la face supérieure du dé bleu soit 2 sachant que (E) admet deux racines complexes conjuguées : $\dfrac{1}{3}$ (il y a 9 cas où $\Delta < 0$ et parmi ceux-ci, il y en a 3 où le numéro de la face supérieure du dé bleu est 2).

Les résultats des deux questions sont différents, ce qui est généralement le cas pour des probabilités conditionnelles.

II.

$$\mathrm{E}_1 = \left\{ \frac{\pi}{3}\,;\sqrt[3]{5}\,;-\frac{\mathrm{e}}{2}\,;\frac{1}{3}-\sqrt{2}\,;\frac{1}{\sqrt{3}-1} \right\}$$

Il faut se méfier de dcode qui fournit des résultats faux.

$$\mathrm{E}_2 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1,21}}\,;\frac{\sqrt{225}}{9}\,;\left(\frac{3}{2}\right)^{-21} \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1,21}} = \frac{1}{1,1} = \frac{1}{\frac{11}{10}} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{\sqrt{225}}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-21} = \left(\frac{2}{3}\right)^{21}$$

III.

$$\begin{aligned} n^2 &= (4k-1)^2 \\ &= 16k^2 - 8k + 1 \\ &= 8\left(2k^2 - k\right) + 1 \\ &= 8k' + 1 \text{ avec } k' = 2k^2 - k \end{aligned}$$

Comme k est un entier relatif, k' est aussi un entier relatif.

Donc n^2 est bien de la forme $1 + 8k'$ avec $k' \in \mathbb{Z}$.

On peut même dire que $k' \in \mathbb{N}$.