TS1

Test de révision début d'année

Partie 1 (le 2-9-2016)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = x$.	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 > 1$.	
Écrire sans radical $\mathrm{A} = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$.	
Donner les coordonnées du sommet S de la parabole d'équation $y = x^2 + 2x + 3$.	
Discuter selon les valeurs du réel m le nombre de solutions réelles de l'équation $x^2 - mx + 1 = 0$ (E).	
Déterminer la forme canonique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 2x + 3$.	
Déterminer le minimum de la fonction $f : x \mapsto \lvert x \rvert - 4$.	
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\lvert -x + 5 \rvert = 2$.	
Pour tout $x > 0$ comparer $\sqrt{x}$ et x.	
Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2 (-3 + 5x)$.	
Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{-2x^2 + x - 1}{3x + 1}$.	
On considère la fonction $f : x \mapsto x^4 - 2x + 1$. Déterminer une équation de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse 1.	
Déterminer le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto 2x^3 - 9x^2 - 24x$.	

Partie 2 (le 9-9-2016)

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point $A(5\,;3)$ et admettant comme vecteur directeur $\vec{u}(-1\,;2)$.	
Déterminer la valeur du réel m pour que les droites d'équations cartésiennes respectives $6x-2y-5=0$ et $(2m-1)x-(m+1)y+1-2m=0$ soient parallèles.	
On considère les fonctions $f : x \mapsto x^3-2x$ et $g : x \mapsto x-2$. Déterminer la position relative de leurs courbes représentatives respectives $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ dans le plan muni d'un repère.	
On considère un triangle ABC du plan orienté tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{6}$ et $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)=-\frac{\pi}{5}$. Déterminer la mesure principale en radians des angles orientés $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB}\right)$.	
Calculer $S=\sum_{k=2}^{k=10}\frac{1}{2^k}$.	
Soit ABC un triangle quelconque. Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AC}$.	
Soit ABCD un parallélogramme avec $AB=a$ et $AD=b$. Calculer $\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{BD}$ en fonction de a et b.	

Corrigé de la partie 1

1°)

Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = x \quad (1)$.

$(1) \Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

L'ensemble des solutions de (1) est $S = \{0\,;1\}$.

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 > 1$.

$(2) \Leftrightarrow x^2 - 1 > 0$

Tableau de signe facultatif

$S_2 =]-\infty\,;-1[\cup]1\,;+\infty]$

3°)

$\mathrm{A} = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

$= \sqrt{(x+1)^2}$

$= |\, x+1 \,|$

4°)

1ère méthode :

$a = 1$
$b = 2$
$c = 3$

$x_{\mathrm{S}} = -\dfrac{b}{2a}$ et $y_{\mathrm{S}} = f(x_{\mathrm{S}})$

Le sommet S de la parabole a pour coordonnées $(-1\,;2)$.

2e méthode : La parabole a aussi pour équation $y = (x+1)^2 + 2$.
On vérifie en traçant la parabole sur la calculatrice.

Pour une forme canonique du type $a(x-\alpha)^2 + \beta$.

5°)

$x^2 - mx + 1 = 0 \quad (\mathrm{E})$

$\Delta = m^2 - 4$

$\Delta = (m-2)(m+2)$

Si $m = -2$ ou $m = 2$, alors $\Delta = 0$ donc (E) admet une solution unique.
Si $m \in]-2\,;2[$, alors $\Delta < 0$ donc (E) n'admet pas de solution.
Si $m \in]-\infty\,;-2[\cup]2\,;+\infty[$, alors $\Delta > 0$ donc (E) admet 2 solutions.

6°) Déterminer la forme canonique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 2x + 3$.

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = (x-1)^2 + 2$

7°) Déterminer le minimum de la fonction $f : x \mapsto |\,x\,| - 4$.

Le minimum de f sur R est égal à – 4.

8°) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $|-x+5| = 2 \quad (1)$.

$(1) \Leftrightarrow -x+5 = -2$ ou $-x+5 = 2$

$\Leftrightarrow x = 7$ ou $x = 3$

L'ensemble des solutions de (1) est $S = \{3\,;7\}$.

9°)

$x > 0$
Si $x \in [0\,;1[$, alors $\sqrt{x} > x > x^2$.
Si $x > 1$, alors $x^2 > x > \sqrt{x}$.
Si $x = 1$, alors $x^2 = x = \sqrt{x}$.

10°) $f(x) = -3x^2 + 5x^3$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = -3 \times 2x + 5 \times 3x^2$
$= -6x + 15x^2$

11°) $f(x)=\dfrac{-2x^3+x-1}{3x+1}$

$\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}\quad f'(x)=\dfrac{(-4x+1)\times(3x+1)-(-2x^2+x-1)\times 3}{(3x+1)^2}$

$$=\frac{12x^2-4x+3x+1+6x^2-3x+3}{(3x+1)^2}$$

$$=\frac{-6x^2-4x+4}{(3x+1)^2}$$

12°)

$f(x)=x^4-2x+1$

$T:\ y=f'(a)(x-a)+f(a)$ (équation générale d'une tangente)

$\forall x\in\mathbb{R}\quad f'(x)=4x^3-2$

On applique la formule avec $a=1$.

T a pour équation $y=2(x-1)$ soit $y=2x-2$.

13°) $f(x)=2x^3-9x^2-24x$

$\forall x\in\mathbb{R}\quad f'(x)=6x^2-18x-24$

$$=6(x^2-3x-4)$$

Les racines évidentes du trinôme x^2-3x-4 sont – 1 et 4.
Faire le tableau de signes.