

Interrogation écrite
du vendredi 27 septembre 2019
(20 min)



Prénom : Nom :

Note : / 20

I. (1 point)

Compléter la définition suivante où a et b désignent deux entiers relatifs quelconques.

On dit que a divise b pour exprimer

II. (2 points)

Donner l'écriture générique d'un nombre impair.

.....

Donner l'écriture générique d'un multiple de 3.

.....

III. (2 points : 1 point + 1 point)

• Écrire tous les diviseurs de -12 .

.....

• Donner un exemple de deux entiers diviseurs associés de 140.

.....

IV. (2 points)

Compléter les phrases suivantes :

• Le plus grand multiple de 5 strictement inférieur à 2019 est

• Le plus grand multiple de 5 strictement inférieur à -2019 est

V. (1 point)

Donner la définition de la partie entière d'un réel x .

.....
.....

Compléter l'égalité $E\left(-\frac{17}{3}\right) = \dots\dots\dots$

VI. (2 points)

Donner la définition d'un nombre premier.

.....
.....

Écrire les cinq premiers nombres premiers.

.....

2019 est-il nombre premier ? Justifier.

.....
.....

VII. (1 point)

Donner la définition d'une combinaison linéaire de deux entiers relatifs a et b à coefficients entiers relatifs.

.....
.....

Soit n un entier relatif quelconque.

Écrire une combinaison linéaire à coefficients entiers non nuls de $3n+1$ et $5n+1$ dont le résultat est égal à un nombre fixe indépendant de n .

.....

VIII. (1 point)

Rappeler la définition de deux entiers relatifs premiers entre eux.

.....
.....

Écrire une condition suffisante permettant d'affirmer que deux entiers relatifs a et b sont premiers entre eux.

.....
.....

IX. (1 point)

Soit a, b, c, d quatre entiers relatifs tels que $a = bc + d$.

Compléter la phrase :

L'ensemble des diviseurs communs à a et b est égal à l'ensemble des diviseurs communs à

X. (1 point)

Soit a, b, c, d quatre entiers relatifs tels que $a = bc + d$.

Compléter l'équivalence : $b \mid a \Leftrightarrow$

XI. (2 points)

Déterminer l'écriture en base deux de 27.

..... (une seule réponse sans égalité)

Déterminer l'écriture en base seize de 50.

..... (une seule réponse sans égalité)

XII. (1 point)

Vrai ou faux ?

« Tout entier relatif admet un nombre fini de diviseurs. »

..... (une seule réponse sans égalité)

Justifier sur les lignes ci-après.

.....
.....

XIII. (1 point)

Soit a et b deux entiers relatifs quelconques.

Compléter l'équivalence :

$(a \mid b \text{ et } b \mid a) \Leftrightarrow$

XIV. (2 points)

Soit A et B deux propositions. On considère l'implication $A \Rightarrow B$.

Écrire la réciproque de cette implication.

.....

Écrire la contraposée de cette implication.

.....

Lorsque l'implication $A \Rightarrow B$ est vraie, peut-on affirmer que la réciproque est vraie ?

Même question avec la contraposée.

.....
.....

On suppose toujours que l'implication $A \Rightarrow B$ est vraie. Faire des phrases utilisant les expressions « condition nécessaire » et « condition suffisante ».

.....
.....

Corrigé de l'interrogation écrite du 27-9-2019

I.

Compléter la définition suivante où a et b désignent deux entiers relatifs quelconques.

On dit que a divise b pour exprimer qu'il existe un entier relatif k tel que $b = k \times a$.

II.

Donner l'écriture générique d'un nombre impair.

$$2k + 1 \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Donner l'écriture générique d'un multiple de 3.

$$3k \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

III.

• Écrire tous les diviseurs de -12 .

$$1 ; -1 ; 2 ; -2 ; 3 ; -3 ; 4 ; -4 ; 6 ; -6 ; 12 ; -12$$

• Donner un exemple de deux entiers diviseurs associés de 140.

$$20 \text{ et } 14$$

IV.

Compléter les phrases suivantes :

• Le plus grand multiple de 5 strictement inférieur à 2019 est 2015.

• Le plus grand multiple de 5 strictement inférieur à -2019 est -2020 .

V.

Donner la définition de la partie entière d'un réel x .

La partie entière d'un réel x est l'unique entier relatif p tel que $p \leq x < p+1$.

Compléter l'égalité $E\left(-\frac{17}{3}\right) = -6$.

On a $-18 < -17 < -15$ donc $-\frac{18}{3} < -\frac{17}{3} < -\frac{15}{3}$ soit $-6 < -\frac{17}{3} < -5$, qui donne a fortiori $-6 \leq -\frac{17}{3} < -5$.

La définition de la partie entière nous permet d'affirmer que la partie entière de $-\frac{17}{3}$ est égale à -6 .

VI.

Donner la définition d'un nombre premier.

Un nombre premier est un entier naturel dont le nombre de diviseurs positifs est égal à 2.

Écrire les cinq premiers nombres premiers.

$$2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11$$

2019 est-il nombre premier ? Justifier.

2019 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3 (comme le montre la somme de ses chiffres).

VII.

Donner la définition d'une combinaison linéaire de deux entiers relatifs a et b à coefficients entiers relatifs.

Une combinaison linéaire de deux entiers relatifs a et b à coefficients entiers relatifs est une expression de la forme $ua + vb$ où u et v sont deux entiers relatifs.

Soit n un entier relatif quelconque.

Écrire une combinaison linéaire à coefficients entiers non nuls de $3n+1$ et $5n+1$ dont le résultat est égal à un nombre fixe indépendant de n .

$$5(3n+1) - 3(5n+1) = 2$$

VIII.

Rappeler la définition de deux entiers relatifs premiers entre eux.

On dit que deux entiers relatifs sont premiers entre eux lorsque leurs seuls diviseurs communs sont 1 et -1 .

Écrire une condition suffisante permettant d'affirmer que deux entiers relatifs a et b sont premiers entre eux.

Si on peut trouver une combinaison linéaire de a et b à coefficients entiers relatifs égale à 1 ou à -1 , alors on peut affirmer que a et b sont premiers entre eux.

IX.

Soit a, b, c, d quatre entiers relatifs tels que $a = bc + d$.

Compléter la phrase :

L'ensemble des diviseurs communs à a et b est égal à l'ensemble des diviseurs communs à b et d .

X.

Soit a, b, c, d quatre entiers relatifs tels que $a = bc + d$.

Compléter l'équivalence : $b \mid a \Leftrightarrow b \mid d$.

XI.

Déterminer l'écriture en base deux de 27.

$\overline{11011}^{(2)}$ (une seule réponse sans égalité)

1^{ère} méthode :

La plus grande puissance de 2 d'exposant entier naturel qui est inférieure ou égale à 27 est 16 (2 exposant 4).

$$27 = 16 + 11$$

$$= 16 + 8 + 3$$

$$= 16 + 8 + 2 + 1$$

$$= 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0$$

$$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \text{ (décomposition de 27 en base deux)}$$

2^e méthode :

On effectue des divisions euclidiennes par 2 des quotients successifs.

Déterminer l'écriture en base seize de 50.

$\overline{32}^{(16)}$ (une seule réponse sans égalité)

$$50 = 3 \times 16 + 2$$

$$= 3 \times 16^1 + 2 \times 16^0 \text{ (décomposition de 50 en base seize)}$$

XII.

Vrai ou faux ?

« Tout entier relatif admet un nombre fini de diviseurs. »

Faux (une seule réponse sans égalité)

Justifier sur les lignes ci-après.

0 admet une infinité de diviseurs (tous les entiers relatifs).

La phrase n'est vraie que pour les entiers relatifs non nuls.

XIII.

Soit a et b deux entiers relatifs quelconques.

Compléter l'équivalence :

$$(a \mid b \text{ et } b \mid a) \Leftrightarrow (a = b \text{ ou } a = -b)$$

XIV.

Soit A et B deux propositions. On considère l'implication $A \Rightarrow B$.

Écrire la réciproque de cette implication.

$$B \Rightarrow A$$

Écrire la contraposée de cette implication.

$$\text{non } B \Rightarrow \text{non } A$$

Lorsque l'implication $A \Rightarrow B$ est vraie, peut-on affirmer que la réciproque est vraie ?

Même question avec la contraposée.

Lorsque l'implication $A \Rightarrow B$ est vraie, la réciproque n'est pas forcément vraie.

En revanche, la contraposée est vraie.

On suppose toujours que l'implication $A \Rightarrow B$ est vraie. Faire des phrases utilisant les expressions « condition nécessaire » et « condition suffisante ».

B est une condition nécessaire pour A ; A est une condition suffisante pour B.