1$^{\text{ère}}$ S2

Contrôle du vendredi 22 mars 2019 (50 minutes)

Prénom et nom : ……………………………..…………

Note : ….. / 20

Dans les exercices **I** à **IV**, on se place dans le plan *P*. Une unité de longueur est fixée.

I. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point) Questions de cours

1°) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan.
Compléter l'équivalence suivante :

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow$ …………………… (une seule égalité sous forme d'un produit scalaire)

2°) Citer la propriété du cercle circonscrit à un triangle rectangle (en commençant par : « Le cercle circonscrit à un triangle rectangle … »).

………

………

………

II. (4 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=16$ et $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=9$. On pourra faire une figure au brouillon.
Que vaut la longueur BC ?

………

………

………

………

………

………

………

………

………

III. (2 points)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB=4$ et $\widehat{BAC}=45°$.
Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$. On donnera la valeur exacte du résultat.

………

………

………

………

………

IV. (7 points : 1°) 2 points ; 2°) 3 points ; 3°) 2 points)

Dans tout l'exercice, on considère deux points distincts A et B du plan *P*. On note C le symétrique de A par rapport à B.
Faire une figure ci-dessous. On pourra éventuellement la compléter aux questions 2°) et 3°).
Les questions sont indépendantes.

1°) On pose $AB = a$ et on note I le point de la droite (AB) tel que $\overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{CI} = -a^2$.
Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI}$? Répondre en justifiant soigneusement.

………

………

………

Déterminer, en justifiant, la position du point I sur la droite (AB). Placer I sur la figure.

………

………

………

………

………

………

………

2°) On note $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$, D la perpendiculaire à (AB) passant par B et D' la perpendiculaire à (AB) passant par C.
Compléter les équivalences ci-dessous à l'aide de l'une des égalités suivantes :

$\overrightarrow{CM} \bullet \overrightarrow{AC} = 0$ $\qquad$ $\overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = 0$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{BM} = 0$

$M \in \mathscr{C} \Leftrightarrow$ ……………………………

$M \in D \Leftrightarrow$ ……………………………

$M \in D' \Leftrightarrow$ ……………………………

3°) Une droite Δ passant par A coupe D en K et D' en L.
Calculer $\overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{KL}$ en fonction de a.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

V. (3 points)

À un jeu, on peut gagner 0, 1, 2, 5, 8 ou 10 €.
On a observé 90 parties et on a relevé les résultats suivants : 11 parties ont donné un gain nul, 13 parties ont donné un gain de 1 €, 21 parties ont donné un gain de 5 €, 30 parties ont donné un gain de 8 € et 15 parties ont donné un gain de 10 €.
Déterminer la médiane et les quartiles de la série. On donnera les réponses sans justifier.

Médiane	**Premier quartile**	**Troisième quartile**

VI. (2 points)

Un contrôle du cholestérol est réalisé 20 fois durant plusieurs jours consécutifs et donne les résultats suivants en mg/dL : 192, 188, 190, 190, 189, 191, 188, 193, 188, 190, 191, 194, 194, 188, 192, 190, 189, 189, 191, 192.
Calculer l'écart-type de la série. On donnera la valeur arrondie au centième.

……………… (un seul résultat sans égalité)

Corrigé du contrôle du 22-3-2019

Dans les exercices **I** à **IV**, on se place dans le plan *P*. Une unité de longueur est fixée.

I.

1°) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan.
Compléter l'équivalence suivante :

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ (une seule égalité sous forme d'un produit scalaire)

2°) Citer la propriété du cercle circonscrit à un triangle rectangle (en commençant par : « Le cercle circonscrit à un triangle rectangle … »).

Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse.

II.

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 16$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 9$. On pourra faire une figure au brouillon.
Que vaut la longueur BC ?

On commence par faire une figure au brouillon.

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA}$ (car A est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB))
$= \overrightarrow{BA}^2$ (définition du carré scalaire)
$= BA^2$ (propriété du carré scalaire)

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 16$ par hypothèse donc $BA^2 = 16$.

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CA}$ (car A est le projeté orthogonal de B sur la droite (AC))
$= \overrightarrow{CA}^2$
$= CA^2$

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 9$ par hypothèse donc $CA^2 = 9$.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A, $BC^2 = BA^2 + CA^2$.

Ainsi, $BC^2 = 16 + 9 = 25$. On en déduit que $BC = 5$.

III.

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB = 4$ et $\widehat{BAC} = 45°$.
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. On donnera la valeur exacte du résultat.

Comme le triangle ABC est isocèle en A, $AB = AC = 4$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$

$= 4 \times 4 \times \cos 45°$

$= 4 \times 4 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= 8\sqrt{2}$

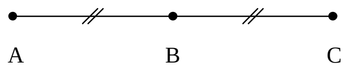
● On évite d'utiliser les normes puisqu'il s'agit de produits scalaires de vecteurs définis par des points.

● On ne met pas de parenthèses après le cos.

● On écrit l'unité d'angle.

IV.

Dans tout l'exercice, on considère deux points distincts A et B du plan *P*. On note C le symétrique de A par rapport à B.
Faire une figure ci-dessous. On pourra éventuellement la compléter aux questions 2°) et 3°).
Les questions sont indépendantes.



Pour la figure, on place A, B, C sur une même droite horizontale, A étant à gauche de C.

1°) On pose $AB = a$ et on note I le point de la droite (AB) tel que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CI} = -a^2$.
Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI}$? Répondre en justifiant soigneusement.

Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires non nuls.

Comme leur produit scalaire est strictement négatif, on en déduit qu'ils sont de sens contraires.

Déterminer, en justifiant, la position du point I sur la droite (AB). Placer I sur la figure.

D'après la remarque que l'on vient de faire, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CI} = -AC \times CI$ (passage aux distances).

On peut donc écrire $-2a \times \mathrm{CI} = -a^2$.

Par conséquent, $\mathrm{CI} = \dfrac{a^2}{2a} = \dfrac{a}{2}$.

I est donc le milieu de $[\mathrm{BC}]$.

2°) On note $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[\mathrm{AB}]$, D la perpendiculaire à (AB) passant par B et D' la perpendiculaire à (AB) passant par C.

Compléter les équivalences ci-dessous à l'aide de l'une des égalités suivantes :

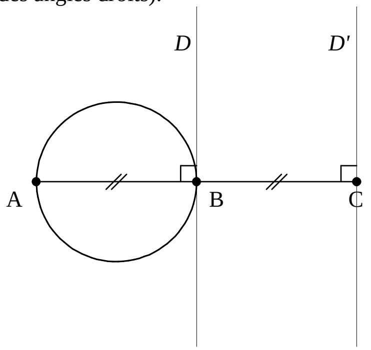
$\overrightarrow{\mathrm{CM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 0$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MB}} = 0$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BM}} = 0$

$\mathrm{M} \in \mathscr{C} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MB}} = 0$

$\mathrm{M} \in D \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BM}} = 0$

$\mathrm{M} \in D' \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{CM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 0$

On effectue une figure codée (codage des angles droits).



3°) Une droite Δ passant par A coupe D en K et D' en L.

Calculer $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{KL}}$ en fonction de a.

B et C sont les projetés orthogonaux respectifs de K et L sur la droite (AC).

$\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{KL}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$

$= \mathrm{AC} \times \mathrm{BC}$ car les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ sont colinéaires de même sens

$= 2a \times a$

$= 2a^2$

V.

À un jeu, on peut gagner 0, 1, 2, 5, 8 ou 10 €.

On a observé 90 parties et on a relevé les résultats suivants : 11 parties ont donné un gain nul, 13 parties ont donné un gain de 1 €, 21 parties ont donné un gain de 5 €, 30 parties ont donné un gain de 8 € et 15 parties ont donné un gain de 10 €.

Déterminer la médiane et les quartiles de la série. On donnera les réponses sans justifier.

Médiane	**Premier quartile**	**Troisième quartile**
6,5 €	1 €	8 €

Gains (en €)	0	1	5	8	10
Effectifs	11	13	21	30	15
Effectifs cumulés croissants	11	24	45	75	90

La médiane est donnée par la formule $\mathrm{Med} = \dfrac{45^{\mathrm{e}} \text{ valeur} + 46^{\mathrm{e}} \text{ valeur}}{2}$.

Donc $\mathrm{Med} = \dfrac{5+8}{2} = \dfrac{13}{2} = 6{,}5$.

Il ne s'agit pas d'une valeur de la série.

$\dfrac{90}{4} = 22{,}5$ donc $Q_1 = 23^{\mathrm{e}}$ valeur $= 1$

$\dfrac{3 \times 90}{4} = 67{,}5$ donc $\mathrm{Q}_3 = 68^{\mathrm{e}}$ valeur $= 8$

On vérifie les 3 valeurs obtenues grâce aux commandes statistiques de la calculatrice.

VI.

Un contrôle du cholestérol est réalisé 20 fois durant plusieurs jours consécutifs et donne les résultats suivants en mg/dL : 192, 188, 190, 190, 189, 191, 188, 193, 188, 190, 191, 194, 194, 188, 192, 190, 189, 189, 191, 192.
Calculer l'écart-type de la série. On donnera la valeur arrondie au centième.

1,88 mg/dL (un seul résultat sans égalité)

Taux de cholestérol (mg/dL)	188	189	190	191	192	193	194
Effectifs	4	3	4	3	3	1	2

La moyenne de la série est égale à $\frac{3809}{20} = 190,45$ €.

La variance est égale à 3,5475.

L'écart-type est donc égal à $\sqrt{3,5475}$.

$\sqrt{3,5475} = 1,883480...$

On vérifie les résultats obtenus grâce aux commandes statistiques de la calculatrice.