1$^{\text{ère}}$ S2

Contrôle du vendredi 30 novembre 2018 (50 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

Dans les exercices **I** à **III**, le plan est orienté.
On fera attention à ne rien écrire sur les figures en dehors de ce qui est demandé.

I. (1 point) Question de cours

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan.

On note α une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

Recopier et compléter la phrase :

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

Seule une réponse correcte complète sera prise en compte.

…...………

…...………

II. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan. Les trois questions sont indépendantes.

1°) On suppose que 2018π est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

Que peut-on dire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$? Répondre avec précision.

…...………

…...………

2°) On suppose que $-\dfrac{\pi}{3}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

Donner sans justifier la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[2\pi\,;4\pi\right]$.

………….. (une seule réponse, sans égalité)

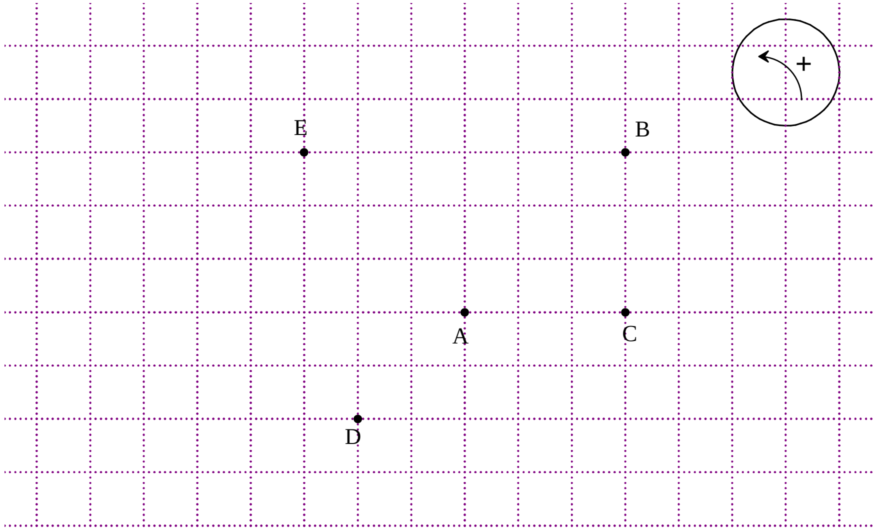
3°) On suppose que $-\dfrac{23\pi}{5}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

Donner sans justifier la plus petite mesure positive en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

………….. (une seule réponse, sans égalité)

III. (5 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point + 1 point + 1 point)

Sur le quadrillage ci-dessous, on donne cinq points A, B, C, D, E.



1°) Déterminer sans justifier une mesure en radians des angles orientés $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{BE}\right)$.

Rédiger dans chaque cas une phrase sur le modèle suivant à recopier et compléter.

« Une mesure en radians de l'angle orienté …. est … ».

On attend une seule mesure à chaque fois.

…...………

…...………

2°) Placer sur la figure :

- le point I de la droite (BE) tel que $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CI}\right)=\dfrac{\pi}{4}$;
- le point J de la droite (BC) tel que $\left(\overrightarrow{AJ}\,;\overrightarrow{AD}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$;
- le point K de la droite (AE) tel que $\left(\overrightarrow{IK}\,;\overrightarrow{AE}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$.

IV. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 2 points)

Dans un jeu, on dispose d'un sac contenant 20 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles six sont blanches et les autres sont noires. Une partie consiste à effectuer 6 tirages successifs avec remise.
On note X le nombre de boules blanches obtenues à l'issue des six tirages.

1°) Quelles sont les valeurs possibles de X ? Répondre par une phrase sans justifier.
Seule une réponse complète sera prise en compte.

………

………

2°) Pour jouer, un joueur doit verser 1 €. Chaque boule blanche rapporte 2 €. Chaque boule noire ne rapporte ni ne fait gagner d'argent.
On note Y le gain algébrique du joueur en euros.

Exprimer Y en fonction de X.

……………………………. (une seule égalité)

3°) On admet que l'espérance mathématique de X est égale à 1,8 et que la variance de X est égale à 0,72.
Calculer l'espérance mathématique et la variance de Y. On appliquera les formules en situation.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

V. (2 points)

Une urne contient quatre boules portant respectivement les numéros 1, 2, 3 et 4. On tire quatre boules avec remise.
On note chaque fois le numéro de la boule tirée.
On désigne par X le nombre de numéros différents obtenus à l'issue des quatre tirages.
X est une variable aléatoire qui prend les valeurs $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$.
Sa loi de probabilité est donnée dans le tableau suivant où P désigne la loi d'équiprobabilité qui modélise l'expérience aléatoire.

x_i	1	2	3	4
$P(\mathrm{X} = x_i)$	$\dfrac{1}{64}$	$\dfrac{21}{64}$	$\dfrac{36}{64}$	$\dfrac{6}{64}$

On considère la fonction $\mathrm{F} : x \mapsto P(\mathrm{X} \leqslant x)$ définie sur $\mathbb{R}$. On rappelle que F est appelée la fonction de répartition de X.
Compléter les égalités suivantes :

- Si $x < 1$, alors $\mathrm{F}(x) = \ldots\ldots\ldots$.

- Si $1 \leqslant x < 2$, alors $\mathrm{F}(x) = \ldots\ldots\ldots$.

- Si $2 \leqslant x < 3$, alors $\mathrm{F}(x) = \ldots\ldots\ldots$.

- Si $3 \leqslant x < 4$, alors $\mathrm{F}(x) = \ldots\ldots\ldots$.

- Si $x \geqslant 4$, alors $\mathrm{F}(x) = \ldots\ldots\ldots$.

VI. (2 points)

Calculer la somme $\mathrm{A} = \displaystyle\sum_{k=1}^{k=4} \frac{1}{2k-3}$. On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

………

………

………

………

Corrigé du contrôle du 30-11-2018

Dans les exercices **I** à **III**, le plan est orienté.
On fera attention à ne rien écrire sur les figures en dehors de ce qui est demandé.

I. Question de cours

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan.
On note α une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.
Recopier et compléter la phrase :

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

Seule une réponse correcte complète sera prise en compte.

Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont les réels de la forme $\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

II.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan. Les trois questions sont indépendantes.

1°) On suppose que 2018π est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.
Que peut-on dire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$? Répondre avec précision.

On a $2018\pi=0+2\times1009\pi$ donc 0 est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de même sens. On peut aussi dire que 2018π est de la forme $2k\pi$.

On peut dire que l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ est nul.

2°) On suppose que $-\dfrac{\pi}{3}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.
Donner sans justifier la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[2\pi\,;4\pi\right]$.

$\dfrac{11\pi}{3}$ (une seule réponse, sans égalité)

On obtient cette mesure en ajoutant 4π à la mesure $-\dfrac{\pi}{3}$.
On peut raisonner en utilisant la représentation des mesures de l'angle orienté sur la droite réelle ou en déterminant l'entier relatif k tel que $2\pi\leqslant-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\leqslant4\pi$.

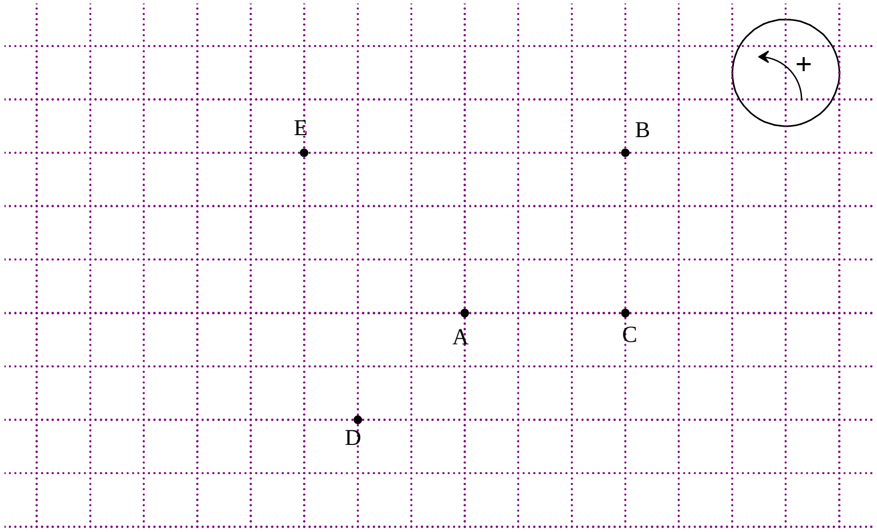
3°) On suppose que $-\dfrac{23\pi}{5}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.
Donner sans justifier la plus petite mesure positive en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

$\dfrac{7\pi}{5}$ (une seule réponse, sans égalité)

On obtient cette mesure en ajoutant 6π à la mesure $-\dfrac{23\pi}{5}$.
On utilise la même méthode qu'à l'exercice précédent.

III.

Sur le quadrillage ci-dessous, on donne cinq points A, B, C, D, E.



1°) Déterminer sans justifier une mesure en radians des angles orientés $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{BE}\right)$.
Rédiger dans chaque cas une phrase sur le modèle suivant à recopier et compléter.

« Une mesure en radians de l'angle orienté …. est … ».

On attend une seule mesure à chaque fois.

Une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ est $-\dfrac{3\pi}{4}$ (on peut aussi répondre $\dfrac{5\pi}{4}$).

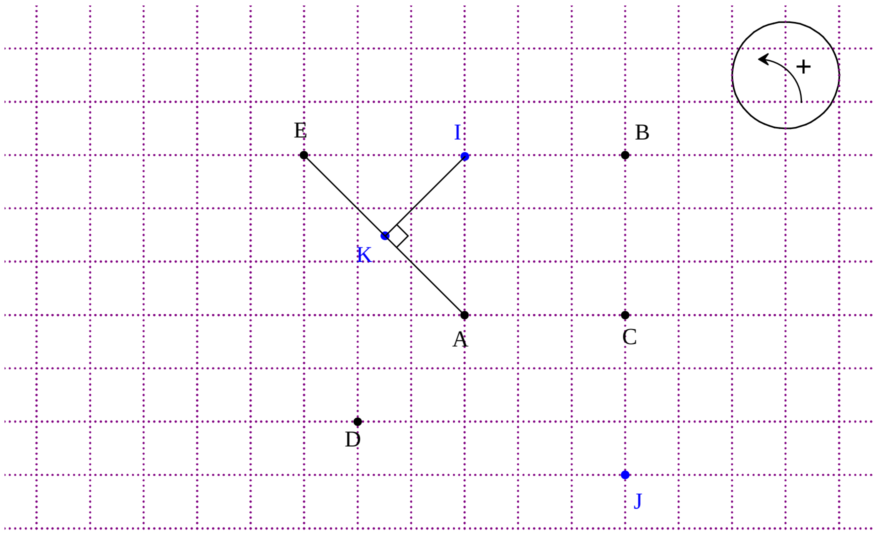
Une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{BE}\right)$ est π.

2°) Placer sur la figure :

- le point I de la droite (BE) tel que $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CI}\right)=\dfrac{\pi}{4}$;
- le point J de la droite (BC) tel que $\left(\overrightarrow{AJ}\,;\overrightarrow{AD}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$;
- le point K de la droite (AE) tel que $\left(\overrightarrow{IK}\,;\overrightarrow{AE}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$.

$\dfrac{3\pi}{2}-2\pi=-\dfrac{\pi}{2}$ donc $-\dfrac{\pi}{2}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\text{IK}}\,;\overrightarrow{\text{AE}}\right)$.

Par suite, l'angle orienté $\left(\overrightarrow{\text{IK}}\,;\overrightarrow{\text{AE}}\right)$ est un angle droit indirect.



On fait apparaître le codage de l'angle droit.

IV.

Dans un jeu, on dispose d'un sac contenant 20 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles six sont blanches et les autres sont noires. Une partie consiste à effectuer 6 tirages successifs avec remise.
On note X le nombre de boules blanches obtenues à l'issue des six tirages.

1°) Quelles sont les valeurs possibles de X ? Répondre par une phrase sans justifier.
Seule une réponse complète sera prise en compte.

Les valeurs possibles de X sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

2°) Pour jouer, un joueur doit verser 1 €. Chaque boule blanche rapporte 2 €. Chaque boule noire ne rapporte ni ne fait gagner d'argent.
On note Y le gain algébrique du joueur en euros.

Exprimer Y en fonction de X.

$$\text{Y}=2\text{X}-1 \text{ (une seule égalité)}$$

3°) On admet que l'espérance mathématique de X est égale à 1,8 et que la variance de X est égale à 0,72.
Calculer l'espérance mathématique et la variance de Y. On appliquera les formules en situation.

Pour l'espérance, on utilise la formule de linéarité de l'espérance.
On applique les formules $\text{E}(a\text{X}+b)=a\text{E}(\text{X})+b$ et $\text{V}(a\text{X}+b)=a^2\text{V}(\text{X})$ en situation, sans les écrire avec les lettres a et b qui n'ont pas été définies dans l'énoncé.

$\text{E}(\text{Y})=2\text{E}(\text{X})-1$	$\text{V}(\text{Y})=2^2\text{V}(\text{X})$
$=2{,}6$	$=2{,}88$

V.

Une urne contient quatre boules portant respectivement les numéros 1, 2, 3 et 4. On tire quatre boules avec remise.
On note chaque fois le numéro de la boule tirée.
On désigne par X le nombre de numéros différents obtenus à l'issue des quatre tirages.
X est une variable aléatoire qui prend les valeurs $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, $x_4=4$.
Sa loi de probabilité est donnée dans le tableau suivant où P désigne la loi d'équiprobabilité qui modélise l'expérience aléatoire.

x_i	1	2	3	4
$P(\text{X}=x_i)$	$\dfrac{1}{64}$	$\dfrac{21}{64}$	$\dfrac{36}{64}$	$\dfrac{6}{64}$

On considère la fonction $\text{F} : x \mapsto P(\text{X}\leqslant x)$ définie sur $\mathbb{R}$. On rappelle que F est appelée la fonction de répartition de X.

Compléter les égalités suivantes :

- Si $x<1$, alors $\text{F}(x)=0$.
- Si $1\leqslant x<2$, alors $\text{F}(x)=\dfrac{1}{64}$.
- Si $2\leqslant x<3$, alors $\text{F}(x)=\dfrac{22}{64}$.
- Si $3\leqslant x<4$, alors $\text{F}(x)=\dfrac{58}{64}$.
- Si $x\geqslant 4$, alors $\text{F}(x)=1$.

VI.

Calculer la somme $\text{A}=\displaystyle\sum_{k=1}^{k=4}\dfrac{1}{2k-3}$. On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

On remplace k par 1, 2, 3, 4 dans l'expression $\dfrac{1}{2k-3}$ et on fait la somme.
Le symbole Σ indique la répétition, la plus petite valeur de k c'est-à-dire 1 est écrite « en bas », la plus grande valeur de k est écrite au-dessus.

$$A = \frac{1}{2\times1-3} + \frac{1}{2\times2-3} + \frac{1}{2\times3-3} + \frac{1}{2\times4-3}$$

$$= \cancel{-1} + \cancel{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{8}{15}$$