**1$^{\text{ère}}$ S1**

# Contrôle du mercredi 21 mars 2018 (60 minutes)

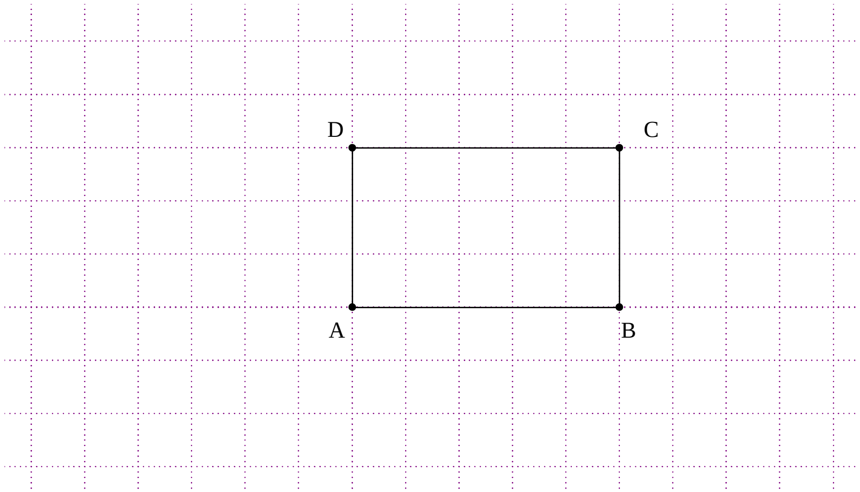
**Prénom et nom :** ……………………….…………

**Note : ….. / 20**

---

## I. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Le plan est quadrillé par des carrés qui ont pour côté 1. Les points A, B, C, D sont sur le quadrillage.




1°) Placer le point E de la droite $(AB)$ tel que $\overrightarrow{AE} \bullet \overrightarrow{AB} = -15$ puis le point F de la droite $(DE)$ tel que $\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DF} = -6$.

2°) Le but de cette question est de calculer le produit scalaire $p = \overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DC}$ de deux manières différentes.

1$^{\text{ère}}$ manière : Calculer *p* en utilisant la définition.

2$^{\text{e}}$ manière : Calculer *p* en utilisant la méthode de projection orthogonale. On expliquera la démarche.

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

3°) Placer le point G de la droite $(CD)$ tel que $\overrightarrow{CG} \bullet \overrightarrow{CE} = 24$ et le point H de la droite $(BC)$ tel que $\overrightarrow{DH} \bullet \overrightarrow{DA} = 6$.
On utilisera la méthode de projection orthogonale.

---

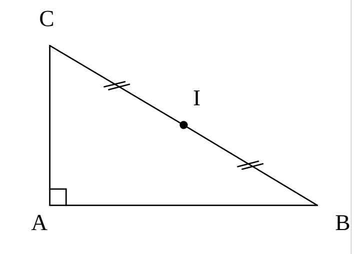
## II. (2 points)

Sur la figure ci-dessous, ABCD un rectangle, M est un point de $(AD)$ et N est un point de $(BC)$.

Construire sur la figure le point I tel que l'on ait $\overrightarrow{AI} \bullet \overrightarrow{BM} = 0$ et $\overrightarrow{BI} \bullet \overrightarrow{AN} = 0$.
Laisser les traits de construction apparents avec les codages utiles.

## III. (3 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A. On note I le milieu de $[BC]$.
On pose $AB = a$ et $AC = b$.
Exprimer $\overrightarrow{IB} \bullet \overrightarrow{IC}$ en fonction de $a$ et de $b$.




……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

## IV. (5 points : 1°) 2 points ; 2°) a) 2 points ; b) 1 point)

La fréquence cardiaque au repos (en abrégé FCR) désigne le nombre de pulsations par minute.
Deux enquêtes sont menées dans un collège pour mesurer la fréquence cardiaque des élèves.
La première enquête porte sur un échantillon de 22 élèves ne pratiquant jamais de sport.
La deuxième enquête porte sur un échantillon de 60 élèves pratiquant un sport régulièrement.
Les résultats des deux enquêtes sont donnés dans les tableaux ci-dessous.

| **FCR** | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 3 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 |

| **FCR** | 42 | 43 | 45 | 46 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 59 | 61 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 3 | 7 | 4 | 9 | 8 | 5 | 6 | 2 | 1 | 2 | 1 |

1°) Calculer la moyenne $m_1$, la variance $V_1$ et l'écart-type $\sigma_1$ pour la première enquête.
On donnera la valeur exacte de $m_1$ et de $V_1$ sous forme fractionnaire.
On écrira la formule de calcul sur une seule ligne avant d'écrire le résultat sur la ligne suivante.
On donnera la valeur arrondie au centième de $\sigma_1$.

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………

2°) a) À l'aide de la calculatrice, calculer la moyenne $m_2$, la variance $V_2$ et l'écart-type $\sigma_2$ pour la deuxième enquête. On donnera les valeurs arrondies au centième.

……………………………………………………………………………………………………………

b) Calculer le pourcentage d'élèves de l'échantillon de la deuxième enquête dont la fréquence cardiaque au repos appartient à l'intervalle $[m_2 - 2\sigma_2 \,;\, m_2 + 2\sigma_2]$.

………… (une seule réponse sans égalité)

## V. (4 points : 1°) 3 points ; 2°) 1 point)

Au cours d'une séance de travaux pratiques, des élèves ont déterminé, en suivant le même protocole, la concentration d'une solution d'ions ferreux. Voici les résultats obtenus :

| **Concentration** ($mol.L^{-1}$) | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 | 0,20 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 2 | 11 | 8 | 4 | 1 |

1°) Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série statistique. Écrire l'unité à chaque fois.

Me = ………… $Q_1$ = ………… $Q_3$ = …………

2°) Calculer le pourcentage d'élèves dont la mesure de la concentration appartient à l'intervalle interquartile.
On donnera la valeur arrondie au dixième.

…………………… (une seule réponse sans égalité)

# Indications données à l'oral

**I.**

1°) Le point « de » la droite signifie le point « sur » la droite (question de Gabriel Veludo).

2°)

On présentera les calculs en colonnes en utilisant la notation de l'énoncé p pour désigner le produit scalaire $\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DC}$.

Les calculs seront donc présentés sous la forme :

$p =$ ..............................

$=$ ..............................

$=$ ..............................

Pour la 1$^{\text{ère}}$ manière, on démarre sèchement.

On tiendra compte des deux rappels suivants.

Rappel 1 :

Le cosinus de 47° se note cos 47° (sans parenthèses, avec l'unité).
Le cosinus d'un angle $\widehat{x\text{O}y}$ se note $\cos\widehat{x\text{O}y}$ sans parenthèses.

Rappel 2 :

La norme d'un vecteur $\overrightarrow{\text{UV}}$ est égale à la distance UV.
On évite d'utiliser la notation avec les doubles barres, qui est un peu « lourde » dans les calculs.

Pour la 2$^{\text{e}}$ manière, on introduira clairement un point I que l'on placera sur la figure. « Soit I le … ».
On laissera les traits de constructions apparents avec les codages.

3°) Il est demandé de ne pas introduire de nouveau point.
On laissera les traits de constructions apparents.

---

**III.**

Les tracés géométriques (segments, droites…) ainsi que les codages sont autorisés.

---

**III.**

Il est demandé de rien écrire sur la figure.

**IV.**

Il n'est demandé de ne rien écrire dans les tableaux.

1°) On n'écrira aucune unité.

On utilisera le symbole $\approx$.

2°) On écrira sur une même ligne $m_2 \approx$........, $\sigma_2 \approx$........, $V_2 \approx$.........

---

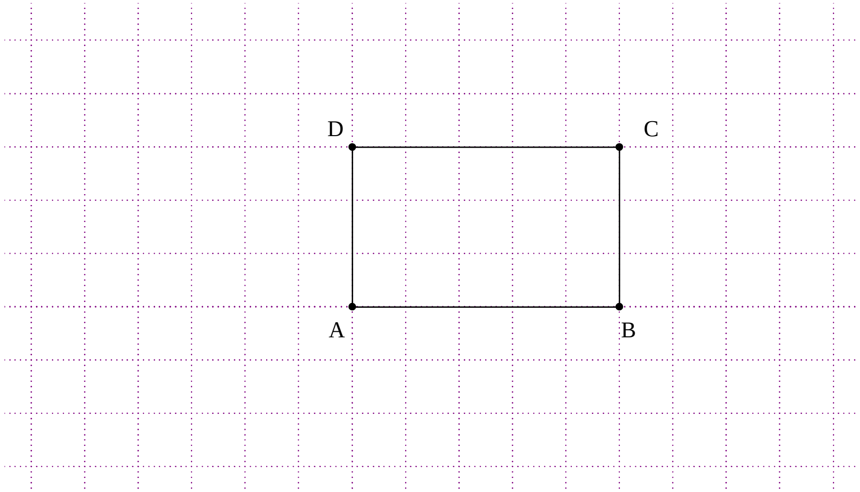
**V.**

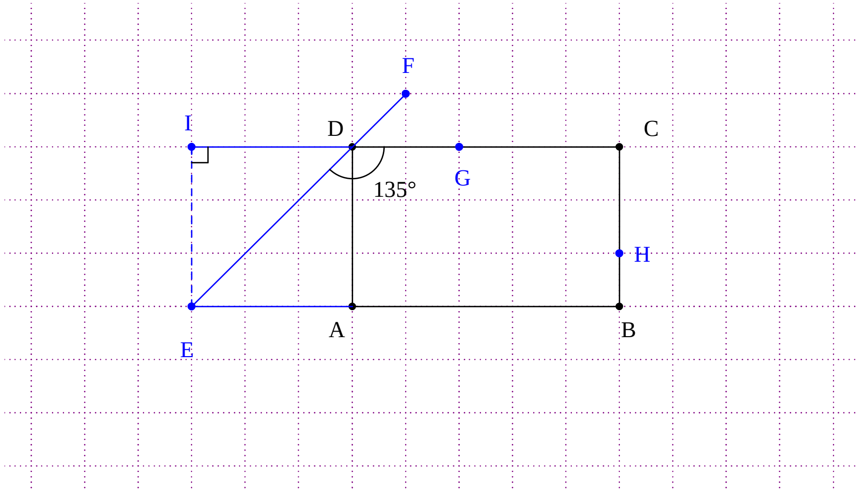
Il est demandé de ne rien écrire dans le tableau.

# Corrigé du contrôle du 21-3-2018

**I.**

Le plan est quadrillé par des carrés qui ont pour côté 1. Les points A, B, C, D sont sur le quadrillage.




Pour commencer, il faut signaler que la diagonale de chaque petit carré est égale à $\sqrt{2}$ (formule de la diagonale d'un carré de côté $a$).

1°) Placer le point E de la droite $(AB)$ tel que $\overrightarrow{AE} \bullet \overrightarrow{AB} = -15$ puis le point F de la droite $(DE)$ tel que $\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DF} = -6$.

Pour placer le point F, on utilise que $DE = 3\sqrt{2}$ (soit théorème de Pythagore soit formule donnant la diagonale d'un carré de côté $a$).

Comme le produit scalaire $\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DF}$ est négatif, les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires de sens contraires.
On a donc $-DE \times DF = -6$ soit $-3\sqrt{2} \times DF = -6$ ce qui donne immédiatement $DF = \sqrt{2}$.

On utilise ensuite la remarque sur la diagonale des carrés qui constituent le quadrillage.

Autre méthode :

Comme $F \in (DE)$, on peut dire que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.

On pose ensuite $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DE}$ où $\lambda$ est un réel.

L'égalité $\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DF} = -6$ donne successivement

$\overrightarrow{DE} \bullet \left(\lambda \overrightarrow{DE}\right) = -6$

$\lambda\left(\overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DE}\right) = -6$

$\lambda \overrightarrow{DE}^2 = -6$

$2\lambda = -6$

$\lambda = -3$

Ainsi $\overrightarrow{DF} = -3\overrightarrow{DE}$. On peut donc aisément placer F sur la figure.

2°) Le but de cette question est de calculer le produit scalaire $p = \overrightarrow{DE} \bullet \overrightarrow{DC}$ de deux manières différentes.

1ère manière : Calculer $p$ en utilisant la définition.

2e manière : Calculer $p$ en utilisant la méthode de projection orthogonale. On expliquera la démarche.

1ère manière :

$p = DE \times DC \times \cos \widehat{EDC}$

$= 3\sqrt{2} \times 5 \times \cos 135°$

$= 3\cancel{\sqrt{2}} \times 5 \times \left(-\dfrac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}\right)$

$= -15$

$2^{e}$ manière : Soit I le projeté orthogonal du point E sur la droite $(CD)$ (voir figure).

$p = \overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{DC}$

$= -DI \times DC$ car les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires de sens contraires

$= -DI \times DC$

$= -3 \times 5$ (la distance DI est égale à 3 car AEDI est un rectangle)

$= -15$

3°) Placer le point G de la droite $(CD)$ tel que $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CE} = 24$ et le point H de la droite $(BC)$ tel que $\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{DA} = 6$.
On utilisera la méthode de projection orthogonale.

● Pour le point G

$\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CI}$ car I est le projeté orthogonale du point E sur la droite $(CD)$

On a donc $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CI} = 24$.
Cette égalité permet de dire que les vecteurs $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires de même sens.

Par suite, $CG \times CI = 24$.
Or $CI = 8$.
On en déduit que $CG = 3$.
Cette dernière égalité permet de placer G avec la condition que $G \in [CI)$.

● Pour le point H

On peut écrire $\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{CB}$.

Or C est le projeté orthogonal de D sur la droite $(BC)$.

On a donc $\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{CB}$.

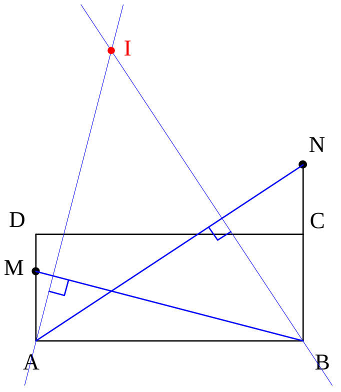
On peut donc écrire que $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{CB} = 6$.

Cette égalité permet de dire que les vecteurs $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires de même sens.

Par suite, $CH \times CB = 6$.
Or $BC = 3$.
On en déduit que $CH = 2$.
Cette dernière égalité permet de placer H avec la condition que $H \in [CB)$.

**II.**

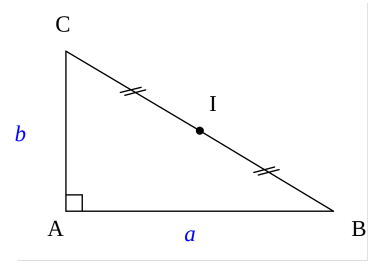
Sur la figure ci-dessous, ABCD un rectangle, M est un point de $(AD)$ et N est un point de $(BC)$.
Construire sur la figure le point I tel que l'on ait $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ et $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$.
Laisser les traits de construction apparents avec les codages utiles.




On trace la perpendiculaire à $(BM)$ passant par A et la perpendiculaire à $(AN)$ passant par B.
I est le point d'intersection de ces deux droites.

**III.**

Soit ABC un triangle rectangle en A. On note I le milieu de $[BC]$.
On pose $AB = a$ et $AC = b$.
Exprimer $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC}$ en fonction de $a$ et de $b$.




D'après le théorème de Pythagore, $BC = \sqrt{a^2 + b^2}$ donc $IB = IC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$.

$\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} = -IB \times IC$ car les vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires de sens contraires

$= -IB^2$

$= -\dfrac{a^2 + b^2}{4}$

**IV.**

La fréquence cardiaque au repos (en abrégé FCR) désigne le nombre de pulsations par minute.
Deux enquêtes sont menées dans un collège pour mesurer la fréquence cardiaque des élèves.
La première enquête porte sur un échantillon de 22 élèves ne pratiquant jamais de sport.
La deuxième enquête porte sur un échantillon de 60 élèves pratiquant un sport régulièrement.
Les résultats des deux enquêtes sont donnés dans les tableaux ci-dessous.

| **FCR** | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 3 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 |

| **FCR** | 42 | 43 | 45 | 46 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 59 | 61 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 3 | 7 | 4 | 9 | 8 | 5 | 6 | 2 | 1 | 2 | 1 |

1°) Calculer la moyenne $m_1$, la variance $V_1$ et l'écart-type $\sigma_1$ pour la première enquête.
On donnera la valeur exacte de $m_1$ et de $V_1$ sous forme fractionnaire.
On écrira la formule de calcul sur une seule ligne avant d'écrire le résultat sur la ligne suivante.
On donnera la valeur arrondie au centième de $\sigma_1$.

$$m_1 = \frac{60\times3+61\times5+62\times6+63\times3+64\times1+65\times4}{22}$$

$$= \frac{685}{11}$$

$$V_1 = \frac{3\times60^2+5\times61^2+6\times62^2+3\times63^2+1\times64^2+4\times65^2}{22} - \left(\frac{685}{11}\right)^2$$

$$= \frac{321}{121}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{321}{121}}$$

$$= \frac{\sqrt{321}}{11}$$

La valeur arrondie au centième de $\sigma_1$ est égale à $1,63$.

2°) a) À l'aide de la calculatrice, calculer la moyenne $m_2$, la variance $V_2$ et l'écart-type $\sigma_2$ pour la deuxième enquête. On donnera les valeurs arrondies au centième.

$m_2 \approx 51,57$ $\qquad$ $V_2 \approx 13,88$ $\qquad$ $\sigma_2 \approx 3,73$

Pour la moyenne, on obtient l'affichage : 51,56666667.

Pour l'écart-type, on obtient l'affichage : 3,72543808.

La valeur exacte de la moyenne est $\frac{1547}{30}$.

b) Calculer le pourcentage d'élèves de l'échantillon de la deuxième enquête dont la fréquence cardiaque au repos appartient à l'intervalle $[m_2 - 2\sigma_2 ; m_2 + 2\sigma_2]$.

95 % (une seule réponse sans égalité)

$m_2 - 2\sigma_2 = 44,11579...$

$m_2 + 2\sigma_2 = 59,017542...$

Les valeurs de la fréquence cardiaque qui appartiennent à l'intervalle $[m_2 - 2\sigma_2 ; m_2 + 2\sigma_2]$ sont 45, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59.

L'effectif correspondant est égal à 57.

$$\frac{57}{60}\times100 = 95$$

---

**V.**

Au cours d'une séance de travaux pratiques, des élèves ont déterminé, en suivant le même protocole, la concentration d'une solution d'ions ferreux. Voici les résultats obtenus :

| **Concentration** ($mol.L^{-1}$) | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 | 0,20 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 2 | 11 | 8 | 4 | 1 |

1°) Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série statistique. Écrire l'unité à chaque fois.

$\text{Me} = 0,175\ mol.L^{-1}$ $\qquad$ $Q_1 = 0,17\ mol.L^{-1}$ $\qquad$ $Q_3 = 0,18\ mol.L^{-1}$

Il y a 26 élèves dans la classe.

On est dans le cas d'un effectif total pair.

La médiane est la moyenne entre la 13$^{e}$ valeur c'est-à-dire 0,17 et la 14$^{e}$ valeur c'est-à-dire 0,18.

$\frac{26}{4} = 6,5$ donc le premier quartile est la 7$^{e}$ valeur c'est-à-dire 0,17.

$\frac{3\times26}{4} = 19,5$ donc le troisième quartile est la 20$^{e}$ valeur c'est-à-dire 0,18.

2°) Calculer le pourcentage d'élèves dont la mesure de la concentration appartient à l'intervalle interquartile.
On donnera la valeur arrondie au dixième.

73,1 % (une seule réponse sans égalité)

Il y a $11+8=19$ valeurs dans l'intervalle interquartile.

Le calcul du pourcentage correspondant est $\frac{19}{26}\times100$.