$1^{\text{ère}}$ S1

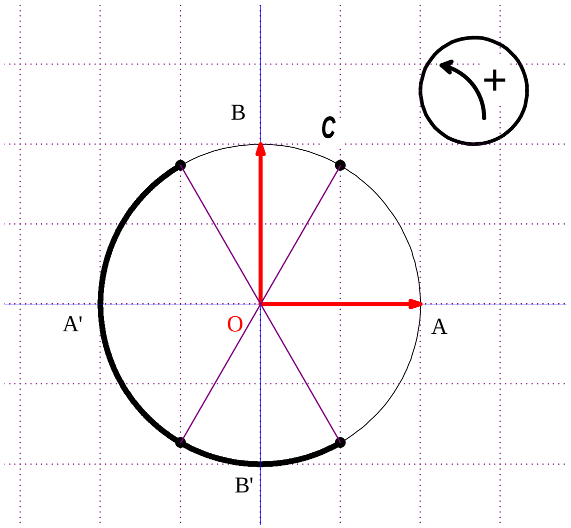
Contrôle du mercredi 17 janvier 2018 (50 minutes)

Prénom et nom : …………………………..…………

Note : ….. / 20

Dans les exercices **I** et **II**, le plan orienté est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O. On note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique et on considère les points $A(1;0)$, $B(0;1)$, $A'(-1;0)$, $B'(0;-1)$.

I. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)



1°) Quel est l'ensemble des réels de l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$ dont l'image appartient à l'arc marqué en gras ? Répondre sans justifier, ni faire de phrase.

…………………… (un seul résultat)

2°) On considère le point L tel que $-\dfrac{50\pi}{3}$ soit une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA'}\,;\,\overrightarrow{OL}\right)$.

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA'}\,;\,\overrightarrow{OL}\right)$ est égale à ……………. .

Détailler la démarche sur les lignes ci-contre et placer L sur le cercle trigonométrique.

……

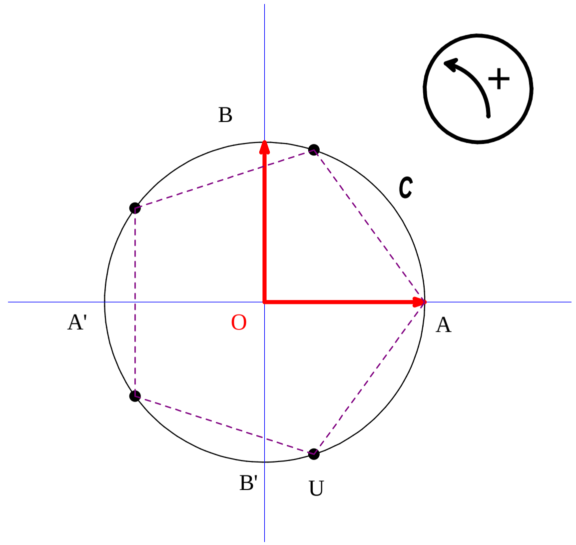
……

……

……

II. (7 points : 1°) 1 point + 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

On considère le pentagone régulier convexe inscrit dans $\mathcal{C}$ dont un sommet est A.



1°) Déterminer le réel de l'intervalle $[0\,;\,2\pi]$ associé au point U (écrire la réponse à gauche) puis le réel de l'intervalle $[2016\pi\,;\,2018\pi]$ associé au point U (écrire la réponse à droite).

…………………… (un seul résultat, sans égalité) …………………… (un seul résultat, sans égalité)

2°) Placer sans justifier le point V, image de $-\dfrac{1998\pi}{5}$ sur le cercle $\mathcal{C}$.

3°) Quel est l'ensemble des réels de l'intervalle $[0\,;\,2\pi]$ dont l'image appartient à l'arc $\overset{\frown}{UV}$? Répondre sans justifier, ni faire de phrase.

…………………… (un seul résultat)

III. (3 points)

On lance 2 flèches sur une cible comportant trois secteurs numérotés 10, 5, 1 et on s'intéresse au nombre de points obtenus sachant que la probabilité que la flèche atteigne le 10 est 0,1, qu'elle atteigne le 5 est 0,4 et qu'elle atteigne le 1 est 0,5.
On modélise l'expérience aléatoire par une probabilité *P* et on note X la variable aléatoire donnant le nombre total de points obtenus à l'issue des deux lancers.

Faire un arbre de probabilités au brouillon.

Recopier et compléter la phrase suivante : « X peut prendre les valeurs $x_1 = ...$, $x_2 = ...$, $x_3 = ...$, ... ».

……

……

Donner ensuite ci-dessous la loi de probabilité de X dans un tableau.

IV. (6 points : 1°) 2 points + 2 points ; 2°) 2 points)

On dispose d'un dé tétraédrique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 4 et dont les probabilités d'apparition en un lancer sont données dans le tableau ci-contre.

Face	1	2	3	4
Probabilité	0,1	0,4	0,2	0,3

1°) On lance deux fois le dé dans des conditions identiques indépendantes.
On note à chaque fois le numéro de la face supérieure et l'on calcule la somme des numéros obtenus.
On donnera les résultats des probabilités sous forme décimale.

• Calculer la probabilité que le résultat de la somme soit impair.

…………………… (un seul résultat, sans égalité)

• Calculer la probabilité que le résultat de la somme soit supérieur ou égal à 5.

…………………… (un seul résultat, sans égalité)

Écrire sur les lignes ci-dessous les calculs justificatifs.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

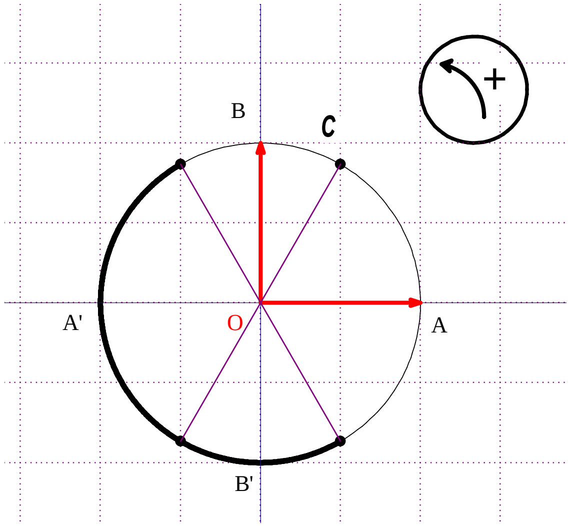
2°) On lance n fois le dé, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1.
Déterminer le plus petit entier naturel n tel que la probabilité d'obtenir au moins une fois la face 4 soit supérieure ou égale à 0,99.

…………………… (un seul résultat, sans égalité)

Corrigé du contrôle du 17-1-2018

Dans les exercices **I** et **II**, le plan orienté est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O. On note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique et on considère les points $A(1\,;0)$, $B(0\,;1)$, $A'(-1\,;0)$, $B'(0\,;-1)$.

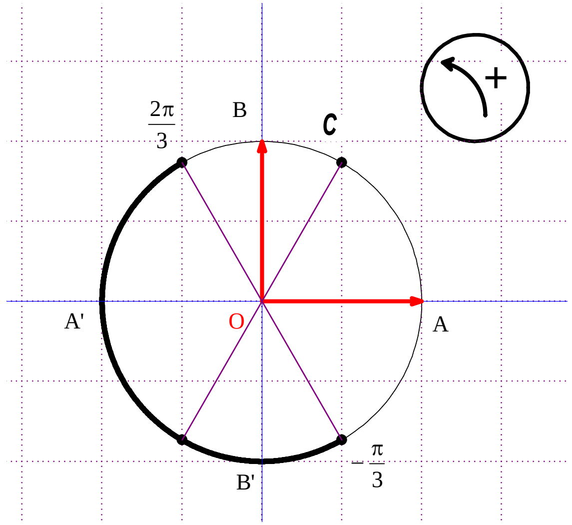
I.



1°) Quel est l'ensemble des réels de l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$ dont l'image appartient à l'arc marqué en gras ? Répondre sans justifier, ni faire de phrase.

$$\left[-\pi\,;-\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{2\pi}{3}\,;\pi\right] \text{ (un seul résultat)}$$

On utilise les gestes en parcourant le cercle trigonométrique.



2°) On considère le point L tel que $-\dfrac{50\pi}{3}$ soit une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA'}\,;\overrightarrow{OL}\right)$.

La mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA'}\,;\overrightarrow{OL}\right)$ est égale à $-\dfrac{2\pi}{3}$.

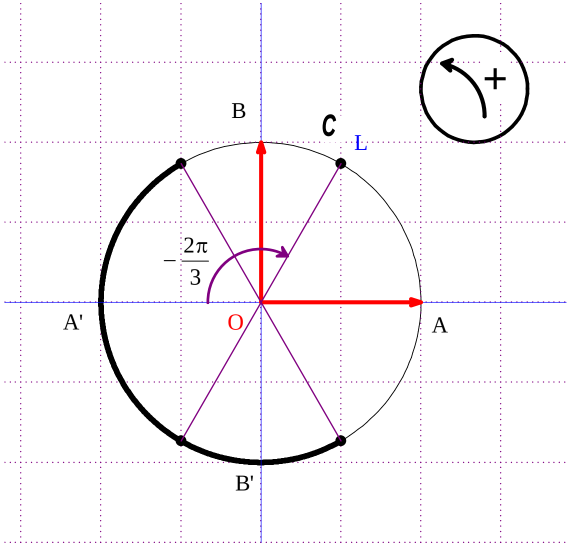
Détailler la démarche sur les lignes ci-contre et placer L sur le cercle trigonométrique.

On a $-17\times3<-50<-16\times3$.

$$-\frac{50\pi}{3}=\frac{-48\pi-2\pi}{3}=-16\pi-\frac{2\pi}{3}$$

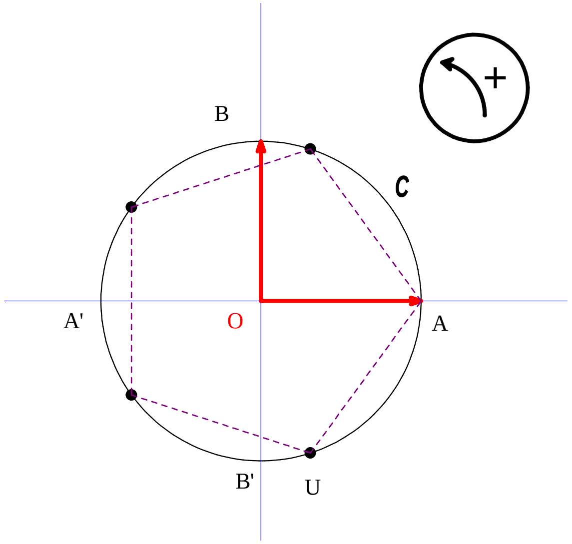
On a : $-8\in\mathbb{Z}$ et $-\dfrac{2\pi}{3}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$ donc la mesure principale en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA'}\,;\overrightarrow{OL}\right)$ est égale à $-\dfrac{2\pi}{3}$.

Pour placer le point L, il faut faire attention que le premier vecteur est $\overrightarrow{OA'}$ et non $\overrightarrow{OA}$.



II.

On considère le pentagone régulier convexe inscrit dans $\mathscr{C}$ dont un sommet est A.



Tous les angles au centre d'un polygone régulier convexe ont la même mesure.

1°) Déterminer le réel de l'intervalle $[0\,;2\pi]$ associé au point U (écrire la réponse à gauche) puis le réel de l'intervalle $[2016\pi\,;2018\pi]$ associé au point U (écrire la réponse à droite).

$\frac{8\pi}{5}$ (un seul résultat, sans égalité) $\qquad$ $\frac{10088\pi}{5}$ (un seul résultat, sans égalité)

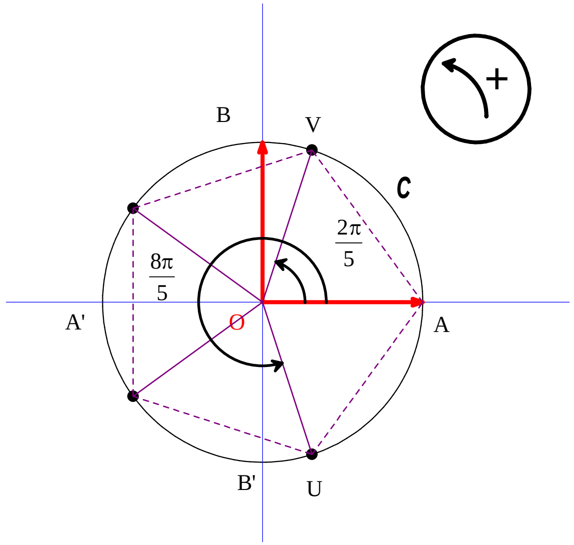
On trace les segments joignant le point O aux sommets du pentagone.

On sait que dans un pentagone régulier convexe, les angles au centre (angles géométriques) mesurent 72° soit $\frac{2\pi}{5}$ rad.

$\frac{8\pi}{5} \in [0\,;2\pi]$ donc pour obtenir le réel de l'intervalle $[2016\pi\,;2018\pi]$ associé au point U on ajoute 2016π à $\frac{8\pi}{5}$.

$$\frac{8\pi}{5} + 2016\pi = \frac{10088\pi}{5}$$

2°) Placer sans justifier le point V, image de $-\frac{1998\pi}{5}$ sur le cercle $\mathscr{C}$.



On a : $-\frac{1998\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} - \frac{2000\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} - 400\pi$ donc $\frac{2\pi}{5}$ est une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OL}\right)$.

3°) Quel est l'ensemble des réels de l'intervalle $[0\,;2\pi]$ dont l'image appartient à l'arc $\overset{\frown}{UV}$? Répondre sans justifier, ni faire de phrase.

$\left[0\,;\frac{2\pi}{5}\right] \cup \left[\frac{8\pi}{5}\,;2\pi\right]$ (un seul résultat)

Le point U est associé à $\frac{8\pi}{5}$ et le point V est associé à $\frac{2\pi}{5}$.

III.

On lance 2 flèches sur une cible comportant trois secteurs numérotés 10, 5, 1 et on s'intéresse au nombre de points obtenus sachant que la probabilité que la flèche atteigne le 10 est 0,1, qu'elle atteigne le 5 est 0,4 et qu'elle atteigne le 1 est 0,5.
On modélise l'expérience aléatoire par une probabilité P et on note X la variable aléatoire donnant le nombre total de points obtenus à l'issue des deux lancers.

Faire un arbre de probabilités au brouillon.

Recopier et compléter la phrase suivante : « X peut prendre les valeurs $x_1 = ...$, $x_2 = ...$, $x_3 = ...$, ... ».

X peut prendre les valeurs $x_1 = 2$, $x_2 = 6$, $x_3 = 10$, $x_4 = 11$, $x_5 = 15$, $x_6 = 20$.

Donner ensuite ci-dessous la loi de probabilité de X dans un tableau.

x_i	2	6	10	11	15	20
$P(\mathrm{X} = x_i)$	0,25	0,4	0,16	0,1	0,08	0,01

Pour établir la loi de probabilité, on dresse un arbre de probabilité.

Pour effectuer les calculs de probabilités, on utilise le principe multiplicatif qui découle du fait que les deux lancers sont des épreuves indépendantes.

On vérifie que la somme des probabilités est égale à 1.

IV.

On dispose d'un dé tétraédrique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 4 et dont les probabilités d'apparition en un lancer sont données dans le tableau ci-contre.

Face	1	2	3	4
Probabilité	0,1	0,4	0,2	0,3

1°) On lance deux fois le dé dans des conditions identiques indépendantes.
On note à chaque fois le numéro de la face supérieure et l'on calcule la somme des numéros obtenus.

On donnera les résultats des probabilités sous forme décimale.

• Calculer la probabilité que le résultat de la somme soit impair.

0,42 (un seul résultat, sans égalité)

• Calculer la probabilité que le résultat de la somme soit supérieur ou égal à 5.

0,71 (un seul résultat, sans égalité)

Écrire sur les lignes ci-dessous les calculs justificatifs.

Pour les deux calculs, on utilise le principe multiplicatif qui découle du fait que les deux lancers sont des épreuves indépendantes.

On note A l'événement : « Le résultat de la somme est impair ».
L'événement A est réalisé dans les cas des couples suivants :
$(1;2)$, $(2;1)$, $(1;4)$, $(4;1)$, $(2;3)$, $(3;2)$, $(3;4)$, $(4;3)$ (il y a 8 couples possibles).

Ces couples « fonctionnent » par 2.

$P(\mathrm{A}) = (0{,}1\times0{,}4)\times2 + (0{,}1\times0{,}3)\times2 + (0{,}4\times0{,}2)\times2 + (0{,}2\times0{,}3)\times2$

$= 0{,}08 + 0{,}06 + 0{,}16 + 0{,}12$

$= 0{,}42$

On note B l'événement : « Le résultat de la somme est supérieur ou égal à 5 ».
L'événement B est réalisé dans les cas des couples suivants :

$(1;4)$, $(4;1)$, $(2;3)$, $(3;2)$, $(2;4)$, $(4;2)$, $(3;4)$, $(4;3)$, $(3;3)$, $(4;4)$ (il y a 10 couples possibles).

$P(\mathrm{B}) = (0{,}1\times0{,}3)\times2 + (0{,}4\times0{,}2)\times2 + (0{,}4\times0{,}3)\times2 + (0{,}2\times0{,}3)\times2 + (0{,}2)^2 + (0{,}3)^2$

$= 0{,}06 + 0{,}16 + 0{,}24 + 0{,}12 + 0{,}04 + 0{,}09$

$= 0{,}71$

Autre méthode :

On note X la somme des numéros des faces supérieures.

X peut prendre les valeurs $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$, $x_4 = 5$, $x_5 = 6$, $x_6 = 7$, $x_7 = 8$.

La loi de probabilité de X est donnée dans le tableau suivant :

x_i	2	3	4	5	6	7	8
$P(\mathrm{X} = x_i)$	0,01	0,08	0,2	0,22	0,28	0,12	0,09

$$P(\mathrm{A}) = P(\mathrm{X}=3) + P(\mathrm{X}=5) + P(\mathrm{X}=7)$$

$$= 0,08 + 0,22 + 0,12$$

$$= 0,42$$

$$P(\mathrm{B}) = P(\mathrm{X} \geqslant 5)$$

$$= 0,22 + 0,28 + 0,12 + 0,09$$

$$= 0,71$$

2°) On lance n fois le dé, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1.
Déterminer le plus petit entier naturel n tel que la probabilité d'obtenir au moins une fois la face 4 soit supérieure ou égale à 0,99.

13 (une seule réponse, sans égalité)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1.
On note p_n la probabilité d'obtenir au moins une fois la face 4.

$$p_n = P(\text{« obtenir au moins une fois la face 4 »})$$

$$= 1 - P(\text{« obtenir des faces différentes de 4 »})$$

$$= 1 - 0,7^n$$

On cherche le plus petit entier naturel n tel que $p_n > 0,99$ soit $1 - 0,7^n > 0,99$.

On rentre la fonction $f : x \mapsto 1 - 0,7^x$ définie sur $\mathbb{R}$ dans la calculatrice.

On cherche dans la table le plus petit entier naturel n tel que $f(n) > 0,99$.

On trouve $n = 13$.