trTS2 spé

Interrogation écrite du mercredi 6 décembre 2017 (20 min)

Prénom : ………………………………. **Nom :** ……………………………….

Note : …. / 20

I. (2 points)

Compléter la propriété suivante où a est un entier relatif et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

$$a \text{ est divisible par } n \Leftrightarrow a \equiv \ldots\ldots \pmod{n}$$

II. (2 points)

Soit N un entier naturel. On note S la somme de ses chiffres en base 10.

Compléter la relation suivante :

$$\mathrm{N} \equiv \mathrm{S} \quad (\text{mod. } \ldots\ldots)$$

Il y a plusieurs réponses possibles. On ne demande qu'une seule valeur.

III. (2 points)

Déterminer tous les entiers relatifs congrus à – 5 modulo 4 qui appartiennent à l'intervalle $[-10\,;6]$.

……………………………………………………………… (écrire la liste des valeurs séparées par une virgule)

IV. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

Les deux questions sont indépendantes.

1°) Soit n un entier relatif tel que $n \equiv 100$ (mod. 11).
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 11.

……………… (une seule réponse sans égalité)

2°) Soit n un entier relatif tel que $-n \equiv 8$ (mod. 5).
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 5.

……………… (une seule réponse sans égalité)

V. (2 points)

Soit x et y deux entiers relatifs tels que $x \equiv 3$ (mod. 8) et $y \equiv 1$ (mod. 8).
Déterminer le reste de la division euclidienne de $5x^2 - y^3$ par 8.
On attend une démarche détaillée.

……

……

……

……

……

……

……

VI. (4 points : 2 points + 2 points)

Soit n un entier relatif tel que $n \equiv -1$ (mod. 23).
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 23 puis de n^2 par 23.

……… (une seule réponse sans égalité) ……… (une seule réponse sans égalité)

VII. (2 points)

Déterminer les entiers relatifs x vérifiant la condition (C) : $x^2 \equiv 1$ (mod. 3). On pourra s'aider au brouillon d'un tableau de congruences.

Compléter la phrase suivante :

Les entiers vérifiant la condition (C) sont les entiers congrus à …………………….. modulo 3.

VIII. (2 points)

Compléter l'équivalence suivante où n désigne un entier relatif.

$$n \text{ impair} \Leftrightarrow n \equiv \ldots\ldots\ (\text{mod. } \ldots)$$

Corrigé de l'interrogation écrite du 6-12-2017

I.

Compléter la propriété suivante où a est un entier relatif et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

a est divisible par $n \Leftrightarrow a \equiv 0 \,(\text{mod. } n)$

II.

Soit N un entier naturel. On note S la somme de ses chiffres en base 10.

Compléter la relation suivante :

$$\text{N} \equiv \text{S} \quad (\text{mod. } 9)$$

On peut aussi mettre 3 à la place de 9.

Il y a plusieurs réponses possibles. On ne demande qu'une seule valeur.

III.

Déterminer tous les entiers relatifs congrus à – 5 modulo 4 qui appartiennent à l'intervalle $[-10\,;6]$.

– 9 ; – 5 ; – 1 ; 3 (écrire la liste des valeurs séparées par une virgule)

Les entiers relatifs congrus à – 5 modulo 4 sont les entiers de la forme $4k-5$ où k est un entier relatif.

IV.

Les deux questions sont indépendantes.

1°) Soit n un entier relatif tel que $n \equiv 100 \;(\text{mod. } 11)$.
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 11.

1 (une seule réponse sans égalité)

En effet, $100 = 99 + 1$ donc $100 \equiv 1$ (mod. 11) d'où $n \equiv 1$ (mod. 11).
.
2°) Soit n un entier relatif tel que $-n \equiv 8 \;(\text{mod. } 5)$.
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 5.

2 (une seule réponse sans égalité)

$-n \equiv 8$ (mod. 5) donne $n \equiv -8$ (mod. 5).
Or $-8 \equiv 2$ (mod. 5) d'où $n \equiv 2$ (mod. 5).

V.

Soit x et y deux entiers relatifs tels que $x \equiv 3$ (mod. 8) et $y \equiv 1$ (mod. 8).
Déterminer le reste de la division euclidienne de $5x^2 - y^3$ par 8.
On attend une démarche détaillée.

On part des relations de congruences $x \equiv 3$ (mod. 8) (α) et $y \equiv 1$ (mod. 8) (β).

(α) entraîne $x^2 \equiv 9$ (mod. 8).

Or $9 \equiv 1$ (mod. 8) d'où $x^2 \equiv 1$ (mod. 8).

(β) entraîne $y^3 \equiv 1$ (mod. 8).

Donc $5x^2 - y^3 \equiv 5 - 1$ (mod. 8) soit $5x^2 - y^3 \equiv 4$ (mod. 8).

Comme $0 \leqslant 4 < 8$, le reste de la division euclidienne de $5x^2 - y^3$ par 8 est égal à 4.

VI.

Soit n un entier relatif tel que $n \equiv -1$ (mod. 23).
Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 23 puis de n^2 par 23.

22 (une seule réponse sans égalité)

1 (une seule réponse sans égalité)

VII.

Déterminer les entiers relatifs x vérifiant la condition (C) : $x^2 \equiv 1$ (mod. 3). On pourra s'aider au brouillon d'un tableau de congruences.

Compléter la phrase suivante :

Les entiers vérifiant la condition (C) sont les entiers congrus à 1 ou à 1 modulo 3.

Les entiers vérifiant la condition (C) sont les entiers non multiples de 3.

On remplit un tableau de congruences modulo 3. On ne vas pas plus loin dans le tableau.

Si $n \equiv \ldots$ (mod. 3)	0	1	2
Alors $n^2 \equiv \ldots$ (mod. 3)	0	1	1

On peut aussi dire que les entiers vérifiant la condition (C) sont les entiers non multiples de 3.

VIII.

Compléter l'équivalence suivante où n désigne un entier relatif.

$$n \text{ impair} \Leftrightarrow n \equiv 1 \pmod{2}$$

On peut remplacer 1 par n'importe quel entier relatif impair.