1$^{\text{ère}}$ S1

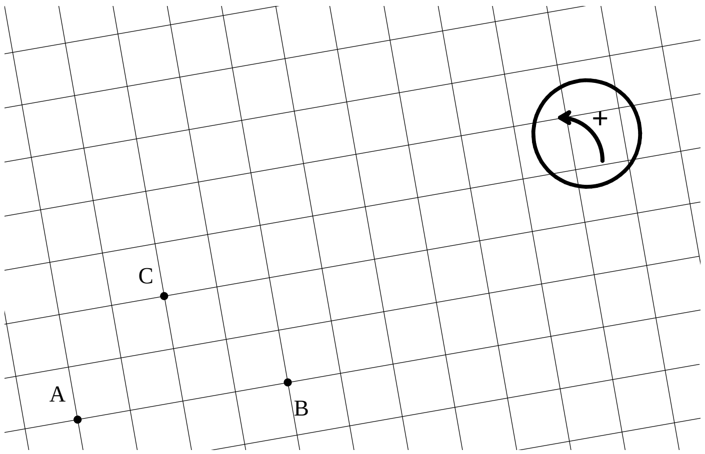
Contrôle du mercredi 6 décembre 2017 (50 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ……………………………… **Note : …. / 20**

Dans les exercices **I** et **II**, le plan est orienté.
On fera attention à ne rien écrire sur les figures en dehors de ce qui est demandé.

I. (9 points : 1°) 1 point + 1 point + 1 point ; 2°) 5 points ; 3°) 1 point)

On considère le maillage ci-dessous constitué de carrés de côté 1. Les points A, B, C sont des nœuds du maillage.



1°) Déterminer la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[-\pi ; \pi\right]$.
Faire apparaître cette mesure sur la figure ci-dessus en utilisant le codage spécifique aux angles orientés (en traçant les vecteurs).

……………… (un seul résultat sans égalité)

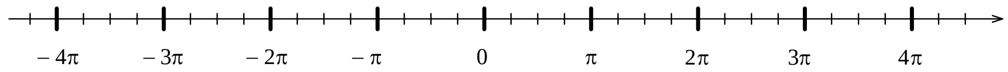
Recopier et compléter avec précision la phrase suivante puis illustrer ces mesures sur la droite réelle ci-dessous.

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

…..………

…..………

Marquer les mesures par des points verts et écrire au-dessus en vert les valeurs correspondantes sous forme simplifiée.



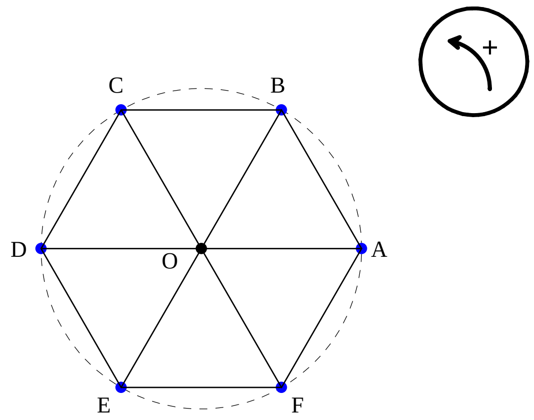
2°) Placer sur la figure les points D, E, F, G, H ainsi définis : $\left(\overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BD}\right)=\pi$ et $AD=6$; $\left(\overrightarrow{DA} ; \overrightarrow{DE}\right)=-\frac{\pi}{2}$ et $DE=4$; $\left(\overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{EF}\right)=\frac{\pi}{4}$ et $EF=2$; $\left(\overrightarrow{CG} ; \overrightarrow{AB}\right)=\frac{3\pi}{2}$ et $CG=2$; $\left(\overrightarrow{HG} ; \overrightarrow{HF}\right)=\pi$ et $GH=1$.

3°) Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{GH}\right)$.

$\left(\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{GH}\right)=$.......... (un seul résultat)

II. (5 points : 1°) 4 points ; 2°) 1 point)

On considère un hexagone régulier direct ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O.



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :
a) $\left(\overrightarrow{OE} ; \overrightarrow{OC}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CF}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{CO} ; \overrightarrow{BO}\right)$

a) $\left(\overrightarrow{OE} ; \overrightarrow{OC}\right)=$.......... b) $\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CD}\right)=$.......... c) $\left(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{CF}\right)=$.......... d) $\left(\overrightarrow{CO} ; \overrightarrow{BO}\right)=$..........

2°) Déterminer la plus petite mesure positive en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OF} ; \overrightarrow{CD}\right)$.

……………… (un seul résultat sans égalité)

III. (3 points : 2 points + 1 point)

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - 2x$ définie sur $\mathbb{R}$.

Soit h un réel quelconque non nul.

Exprimer $f(-1+h) - f(-1)$ puis $\dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ en fonction de h sous forme simplifiée.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

IV. (1 point)

Calculer la somme $A = \sum_{k=0}^{k=4} (-2)^k$.

……

……

……

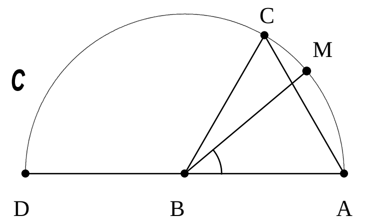
V. (2 points)

Soit ABC un triangle équilatéral. On note D le symétrique de A par rapport à B et $\mathcal{C}$ le demi-cercle de diamètre $[AD]$.

Soit M un point quelconque de $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{ABM} = x°$ où x est un réel quelconque de l'intervalle $[0\,;180]$. On note alors y la mesure en degrés de l'angle géométrique $\widehat{CBM}$.

Compléter l'algorithme ci-dessous en langage naturel qui, pour une valeur de x saisie en entrée, affiche en sortie la valeur de y. Il est demandé de ne pas utiliser d'autres variables que x et y.

Dans la partie traitement, on utilisera une instruction conditionnelle de la forme « Si $x \leqslant$ .... ».



• Il n'est pas demandé de réaliser le programme correspondant sur calculatrice.

• On respectera les règles usuelles de rédaction d'un algorithme. En particulier, on rappelle que l'affectation d'une variable s'écrit « a prend la valeur … ».

• On veillera également à utiliser une « barre d'indentation » (à faire à la règle) permettant une meilleure lisibilité.

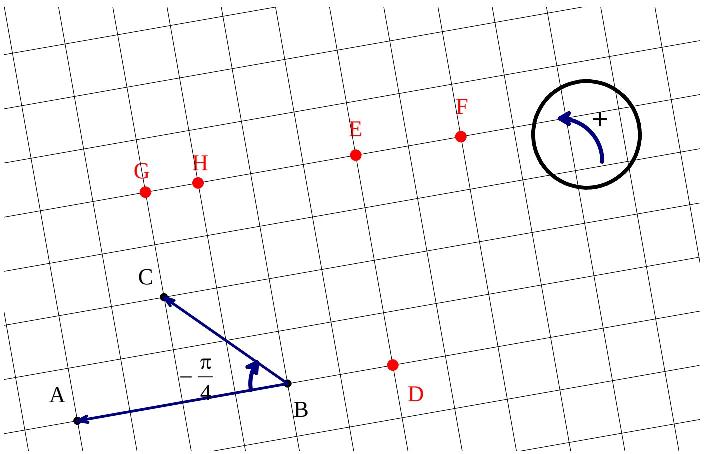
Entrée :
Traitement :
Sortie :

Corrigé du contrôle du 6-12-2017

Dans les exercices **I** et **II**, le plan est orienté.
On fera attention à ne rien écrire sur les figures en dehors de ce qui est demandé.

I.

On considère le maillage ci-dessous constitué de carrés de côté 1. Les points A, B, C sont des nœuds du maillage.



1°) Déterminer la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$ qui appartient à l'intervalle $[-\pi\,;\pi]$.
Faire apparaître cette mesure sur la figure ci-dessus en utilisant le codage spécifique aux angles orientés (en traçant les vecteurs).

$-\frac{\pi}{4}$ (un seul résultat sans égalité)

On trace les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

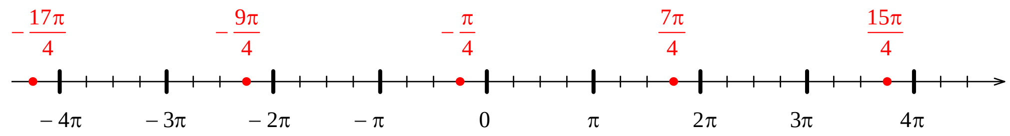
Recopier et compléter avec précision la phrase suivante puis illustrer ces mesures sur la droite réelle ci-dessous.

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$ sont les réels de la forme $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ $\boxed{\text{avec } k\in\mathbb{Z}}$.

La partie encadrée est essentielle pour que la phrase soit complète. Le point n'était accordé qu'à cette condition.

Marquer les mesures par des points verts et écrire au-dessus en vert les valeurs correspondantes sous forme simplifiée.



$-\frac{\pi}{4}-4\pi$	$-\frac{\pi}{4}-2\pi$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}+2\pi$	$-\frac{\pi}{4}+4\pi$
$k=-2$	$k=-1$	$k=0$	$k=1$	$k=2$

Les mesures en radians sont toutes espacées de 2π.

Un certain nombre d'élèves s'est trompé dans cette question. On place les valeurs en tenant compte des graduations. On garde les valeurs exactes (il n'y a pas de calculs à faire).

2°) Placer sur la figure les points D, E, F, G, H ainsi définis : $\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BD}\right)=\pi$ et $AD=6$; $\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DE}\right)=-\frac{\pi}{2}$ et $DE=4$; $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{EF}\right)=\frac{\pi}{4}$ et $EF=2$; $\left(\overrightarrow{CG}\,;\overrightarrow{AB}\right)=\frac{3\pi}{2}$ et $CG=2$; $\left(\overrightarrow{HG}\,;\overrightarrow{HF}\right)=\pi$ et $GH=1$.

$\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BD}\right)=\pi$ signifie que les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires de sens contraires.

$\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DE}\right)=-\frac{\pi}{2}$ signifie que l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DE}\right)$ est un angle droit indirect.

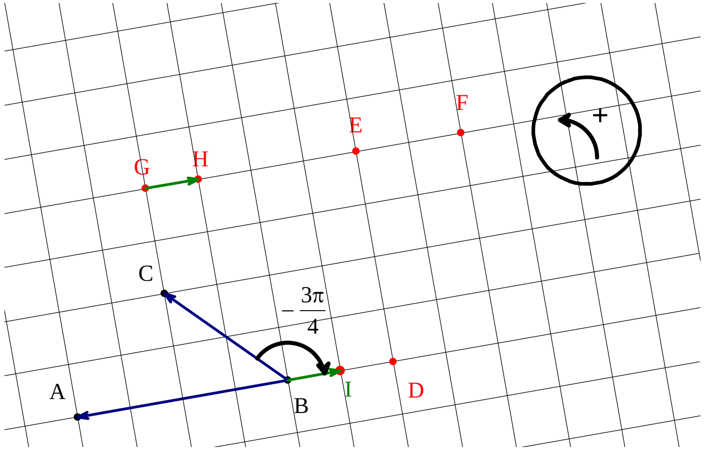
3°) Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{GH}\right)$.

$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{GH}\right)=-\frac{3\pi}{4}$ (un seul résultat)

- On peut aussi donner $\frac{5\pi}{4}$ pour réponse.

- Pour répondre à la question, on déplace l'un des vecteurs de manière à se ramener à deux vecteurs ayant la même origine.

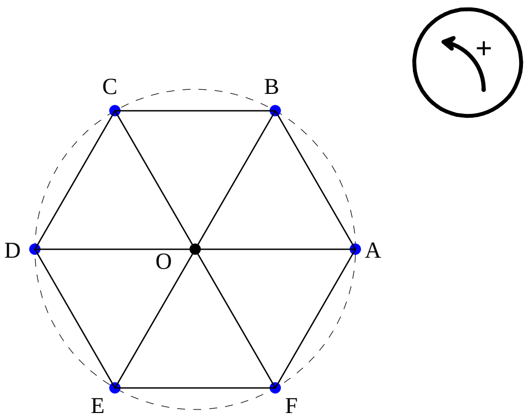
- On utilise le fait que le maillage est constitué de carrés isométriques. La diagonale de chaque carré définit des angles géométriques de mesure $\frac{\pi}{4}$ radians.



On définit le point I tel que $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{GH}$.

II.

On considère un hexagone régulier direct ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O.



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :

a) $\left(\overrightarrow{OE}\,;\overrightarrow{OC}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CF}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{CO}\,;\overrightarrow{BO}\right)$

a) $\left(\overrightarrow{OE}\,;\overrightarrow{OC}\right)=-\frac{2\pi}{3}$ b) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD}\right)=\frac{2\pi}{3}$ c) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CF}\right)=\pi$ d) $\left(\overrightarrow{CO}\,;\overrightarrow{BO}\right)=-\frac{\pi}{3}$

Quelques explications :

Un hexagone régulier est « formé » de triangles équilatéraux.

Les angles géométriques d'un triangle équilatéral mesurent $\frac{\pi}{3}$ radians.

b) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AF}\right)$

c) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont colinéaires de sens contraires.
On peut aussi répondre $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CF}\right)=-\pi$ mais c'est moins logique.

d) $\left(\overrightarrow{CO}\,;\overrightarrow{BO}\right)=\left(\overrightarrow{OF}\,;\overrightarrow{OE}\right)$

On peut aussi répondre $\left(\overrightarrow{CO}\,;\overrightarrow{BO}\right)=\frac{5\pi}{3}$.

2°) Déterminer la plus petite mesure positive en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OF}\,;\overrightarrow{CD}\right)$.

$\frac{5\pi}{3}$ (un seul résultat sans égalité)

$\left(\overrightarrow{OF}\,;\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{OF}\,;\overrightarrow{OE}\right)$

III.

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3-2x$ définie sur $\mathbb{R}$.
Soit h un réel quelconque non nul.
Exprimer $f(-1+h)-f(-1)$ puis $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ en fonction de h sous forme simplifiée.

On effectue séparément les différents calculs.

$$f(-1)=(-1)^3-2\times(-1)$$

$$=-1+2$$

$$=1$$

$$f(-1+h)=(-1+h)^3-2(-1+h)$$

$$=-1+3h-3h^2+h^3+2-2h$$ (identité remarquable cubique $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$)

$$=h^3-3h^2+h+1$$

$$f(-1+h)-f(-1)=h^3-3h^2+h+1-1$$
$$=h^3-3h^2+h$$

$$\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\frac{h^3-3h^2+h}{h}$$
$$=\frac{\cancel{h}\left(h^2-3h+1\right)}{\cancel{h}}$$
$$=h^2-3h+1$$

IV.

Calculer la somme $\mathrm{A}=\sum_{k=0}^{k=4}(-2)^k$.

$$\mathrm{A}=(-2)^0+(-2)^1+(-2)^2+(-2)^3+(-2)^4$$
$$=1-2+4-8+16$$
$$=11$$

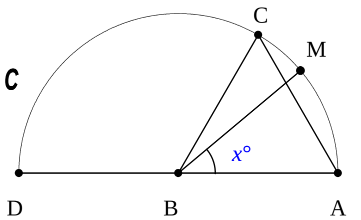
V.

Soit ABC un triangle équilatéral. On note D le symétrique de A par rapport à B et $\mathscr{C}$ le demi-cercle de diamètre $[\mathrm{AD}]$.

Soit M un point quelconque de $\mathscr{C}$ tel que $\widehat{\mathrm{ABM}}=x°$ où x est un réel quelconque de l'intervalle $[0\,;180]$. On note alors y la mesure en degrés de l'angle géométrique $\widehat{\mathrm{CBM}}$.

Compléter l'algorithme ci-dessous en langage naturel qui, pour une valeur de x saisie en entrée, affiche en sortie la valeur de y. Il est demandé de ne pas utiliser d'autres variables que x et y.

Dans la partie traitement, on utilisera une instruction conditionnelle de la forme « Si $x \leqslant$....... ».



- Il n'est pas demandé de réaliser le programme correspondant sur calculatrice.
- On respectera les règles usuelles de rédaction d'un algorithme. En particulier, on rappelle que l'affectation d'une variable s'écrit « *a* prend la valeur … ».
- On veillera également à utiliser une « barre d'indentation » (à faire à la règle) permettant une meilleure lisibilité.

Entrée :
Saisir x

Traitement :
Si $x \leqslant 60$
    Alors y prend la valeur $60-x$
    Sinon y prend la valeur $x-60$
FinSi

Sortie :
Afficher y

Les angles géométriques d'un triangle équilatéral (ici ABC) mesurent 60°. Donc $\widehat{\mathrm{ABC}}=60°$.

On commence par faire une figure dans les deux cas $x \leqslant 60$ $\left(\mathrm{M} \in \overset{\frown}{\mathrm{AC}}\right)$ et $x \geqslant 60$ $\left(\mathrm{M} \in \overset{\frown}{\mathrm{CD}}\right)$.

Si $0 \leqslant x \leqslant 60$, alors $\mathrm{M} \in \overset{\frown}{\mathrm{AC}}$.
Dans ce cas, $y=60-x$.

Si $x \geqslant 60$, alors $\mathrm{M} \in \overset{\frown}{\mathrm{CD}}$.
Dans ce cas, $y=x-60$.