

III. (9 points : 1°) 2 points + 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point ; 4°) 1 point ; 5°) 1 point + 1 point)

À tout réel m on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(2m+1)x - (m-1)y + m + 8 = 0$.

1°) Dans cette question, on prend $m = 3$. Une équation cartésienne de D_3 s'écrit alors $7x - 2y + 11 = 0$.

- Donner deux points A et B à coordonnées entières appartenant à D_3 puis tracer D_3 sur le graphique ci-contre.

Les points A

.....
.....

 et B

.....
.....

 appartiennent à D_3 .

- Compléter la phrase :

La droite D_3 coupe l'axe des abscisses au point C

.....
.....

.

2°) Écrire pour chacune des droites $D_{-\frac{1}{2}}$ et D_{-2} une équation (cartésienne ou non) avec des coefficients entiers.

Tracer D_{-2} sur le graphique ci-contre.

$D_{-\frac{1}{2}}$: ; D_{-2} :

- 3°) Compléter la phrase :

Le vecteur \vec{u} (..... ;) est un vecteur directeur de D_m .

- 4°) Compléter :

Pour quelle valeur de m la droite D_m est-elle parallèle à l'axe des ordonnées ?

La droite D_m est parallèle à l'axe des ordonnées pour $m = \dots\dots\dots$

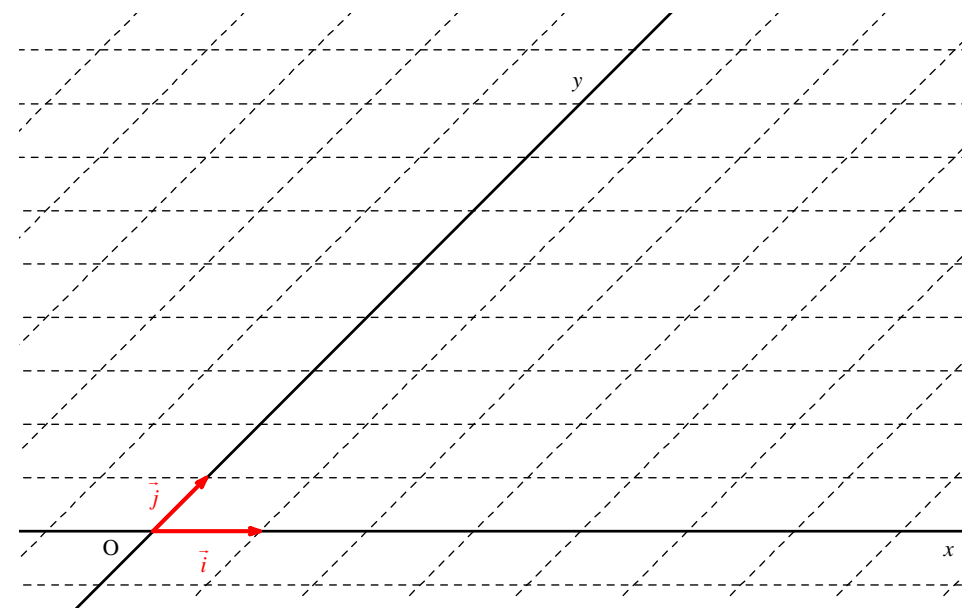
5°) On suppose dans cette question que m est différent de la valeur trouvée à la question précédente.

- Exprimer en fonction de m le coefficient directeur de D_m . On complètera les pointillés de $m \neq \dots\dots$

Pour $m \neq \dots\dots\dots$, le coefficient directeur de D_m est égal à

- Pour quelle valeur de m le coefficient directeur de D_m est-il égal à $\frac{1}{3}$?

Le coefficient directeur de D_m est égal à $\frac{1}{3}$ pour $m = \dots\dots\dots$



IV. (4 points)

Le but de l'exercice est de résoudre dans \mathbb{R}^2 algébriquement le système $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases}$.

À la fin, on vérifiera la solution à l'aide de l'application de résolution des systèmes linéaires de la calculatrice.

Le déterminant du système est égal à

Le déterminant est non nul donc le système admet

Pour obtenir le couple solution, on utilise les multiplicateurs placés à droite du système :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & \times & & \times \\ 3x + 5y = -1 & \times & & \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots & (\leftarrow \text{ ligne avec } x) \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots & (\leftarrow \text{ ligne avec } y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots & (\text{égalité du type } x = \dots) \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots & (\text{égalité du type } y = \dots) \end{cases}$$

Le couple solution du système est :

Conseils donnés à l'oral

I.

- Déterminer les équations cartésiennes avec des chiffres. On utilise les valeurs des coordonnées de A et B qu'on lit sur le graphique.
 - Il est demandé de ne pas rajouter de points.
 - On pourra utiliser l'abréviation « ssi » pour « si et seulement si » dans la question 2°).
 - Le point M a pour coordonnées $(x; y)$. On n'utilisera donc bien les notations x et y et non x_M et y_M .
 - Pour le 2°, recopier la phrase « Soit M un point quelconque du plan ».
-

IV.

On notera le couple solution avec parenthèses (notation d'un couple, pas d'accolades).

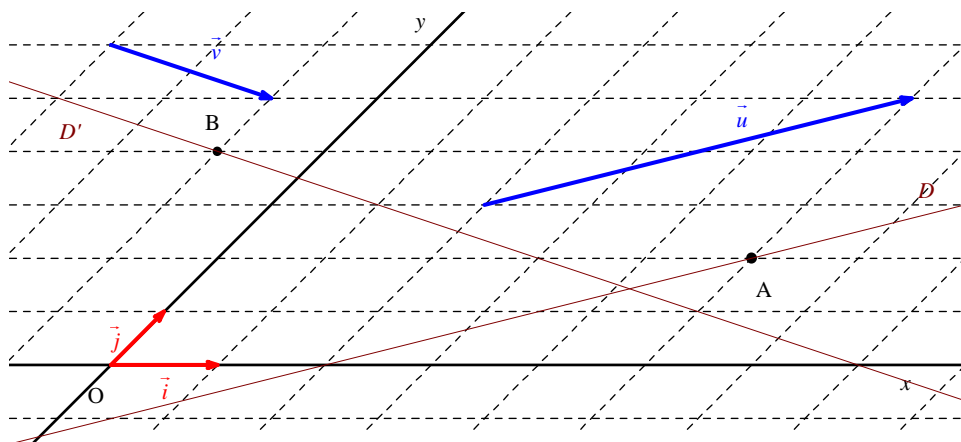
Pour les multiplicateurs, penser à mettre des parenthèses dans le cas de multiplicateurs négatifs.

Corrigé du contrôle du 4-10-2017

Dans les exercices I à III, le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I.

Tracer sur le graphique ci-dessous la droite D passant par le point A et admettant le vecteur \vec{u} pour vecteur directeur ainsi que la droite D' passant par le point B et admettant le vecteur \vec{v} pour vecteur directeur.



On lit graphiquement A $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et B $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ainsi que $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1°) Déterminer une équation cartésienne de D en respectant le modèle de rédaction donné ci-dessous.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x; y)$.

$M \in D$ si et seulement si les vecteurs $\overline{AM} \begin{pmatrix} x-5 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x-5 & 3 \\ y-2 & 2 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $2(x-5) - 3(y-2) = 0$

si et seulement si $2x - 3y - 4 = 0$

D a pour équation cartésienne $2x - 3y - 4 = 0$.

2°) Déterminer une équation cartésienne de D' en reprenant exactement le modèle de rédaction donné au 1°). On reprendra un point M de coordonnées $(x; y)$ [il n'est pas utile de changer de nom].

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x; y)$.

$M \in D'$ si et seulement si les vecteurs $\overline{BM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x+1 & 2 \\ y-4 & -1 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $-(x+1) - 2(y-4) = 0$

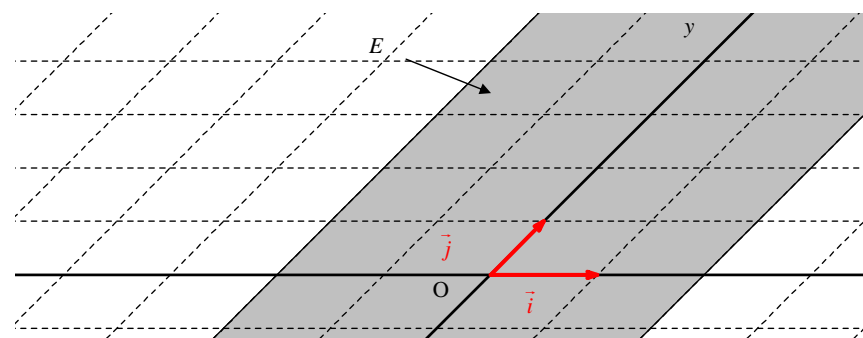
si et seulement si $-x - 2y + 7 = 0$

si et seulement si $x + 2y - 7 = 0$

D' a pour équation cartésienne $x + 2y - 7 = 0$.

II.

Hachurer ou colorier sur le graphique ci-dessous l'ensemble E des points M du plan de coordonnées $(x; y)$ tels que $|x| \leq 2$.



$|x| \leq 2$ équivaut à $-2 \leq x \leq 2$.

E est l'ensemble des points dont l'abscisse est comprise entre -2 et 2 au sens large.

Il s'agit de la bande de plan limitée par les droites d'équations respectives $x = -2$ et $x = 2$.

La question n'a rien à voir avec la fonction « valeur absolue ».

III.

À tout réel m on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(2m+1)x - (m-1)y + m + 8 = 0$.

Il s'agit d'une famille de droites dépendant d'un paramètre.

Il n'y a aucun intérêt à développer le premier membre.

Par exemple, cela n'apporterait rien d'écrire l'équation sous la forme : $2mx + x - my + y + m + 8 = 0$.

1°) Dans cette question, on prend $m = 3$. Une équation cartésienne de D_3 s'écrit alors $7x - 2y + 11 = 0$.

• Donner deux points A et B à coordonnées entières appartenant à D_3 puis tracer D_3 sur le graphique ci-contre.

Les points A $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et B $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ appartiennent à D_3 .

Il y a d'autres points possibles mais on a choisi ceux que l'on peut placer sur le graphique.

Il y a deux techniques possibles pour trouver de tels points.

1^{ère} technique : On cherche de tête des couples $(x; y)$ d'entiers relatifs qui vérifient l'égalité $7x - 2y + 11 = 0$.

2^e technique : On transforme l'équation $7x - 2y + 11 = 0$ en équation réduite ce qui donne $y = \frac{7x+11}{2}$.

On remplace ensuite x par des valeurs entières ($x = 0, x = 1, x = 2 \dots$) et l'on retient celles qui permettent d'obtenir des valeurs entières de y .

On peut aussi pour gagner du temps « rentrer » dans la calculatrice la fonction affine $f: x \mapsto \frac{7x+11}{2}$.

On s'arrange pour obtenir un tableau de valeurs de f pour des valeurs entières de x (on règle donc la table avec un pas de 1).

• Compléter la phrase :

La droite D_3 coupe l'axe des abscisses au point C $\begin{pmatrix} -\frac{11}{7} \\ 0 \end{pmatrix}$.

On remplace y par 0 dans l'équation $7x - 2y + 11 = 0$. On obtient $7x - 2 \times 0 + 11 = 0$ soit $7x + 11 = 0$ ce qui donne immédiatement $x = -\frac{11}{7}$.

2°) Écrire pour chacune des droites $D_{-\frac{1}{2}}$ et D_{-2} une équation (cartésienne ou non) avec des coefficients entiers.

Tracer D_{-2} sur le graphique ci-contre.

$D_{-\frac{1}{2}} : y = -5$; $D_{-2} : -3x + 3y + 6 = 0$ ou $x - y - 2 = 0$ (mieux)

L'équation cartésienne obtenue en remplaçant m par $-\frac{1}{2}$ dans celle donnée dans l'énoncé est $\frac{3}{2}y + \frac{15}{2} = 0$ qui donne l'équation beaucoup plus simple cartésienne $y = -5$.

3°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}(m-1; 2m+1)$ est un vecteur directeur de D_m .

On applique la formule du cours donnant les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite dont on connaît une équation cartésienne.

4°) Compléter :

Pour quelle valeur de m la droite D_m est-elle parallèle à l'axe des ordonnées ?

La droite D_m est parallèle à l'axe des ordonnées pour $m = 1$.

5°) On suppose dans cette question que m est différent de la valeur trouvée à la question précédente.

• Exprimer en fonction de m le coefficient directeur de D_m . On complètera les pointillés de $m \neq \dots$.

Pour $m \neq 1$, le coefficient directeur de D_m est égal à $\frac{2m+1}{m-1}$.

1^{ère} méthode :

On transforme l'équation cartésienne $(2m+1)x - (m-1)y + m + 8 = 0$ en équation réduite : $y = \frac{2m+1}{m-1}x + \frac{m+8}{m-1}$.

2^e méthode :

On applique la formule $\frac{y_u}{x_u} = \frac{2m+1}{m-1}$.

• Pour quelle valeur de m le coefficient directeur de D_m est-il égal à $\frac{1}{3}$?

Le coefficient directeur de D_m est égal à $\frac{1}{3}$ pour $m = -\frac{4}{5}$.

On résout l'équation $\frac{2m+1}{m-1} = \frac{1}{3}$ (1) dans $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

