

I. Généralités et notations

- épreuve de Bernoulli conduit
 - soit à un succès S $P(S) = p$
 - soit à un échec \bar{S} $P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - p = q$

• On répète n fois cette épreuve de Bernoulli dans des conditions identiques indépendantes.

• X : variable aléatoire qui compte le nombre de succès

• Exemple : On a 5 lancers successifs d'une pièce non truquée.

X : nombre de piles obtenus

Obtenir exactement 2 piles : $P(X = 2)$

Obtenir au plus 2 piles : $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

Obtenir au moins 2 piles : $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$

II. Coefficients binomiaux

On s'intéresse à l'arbre de Bernoulli qu'on ne fait pas.

• Coefficient binomial :

Le nombre de chemins réalisant k succès ($0 \leq k \leq n$) pour n répétitions sur l'arbre de Bernoulli est noté $\binom{n}{k}$

(« k parmi n »).

• Valeurs particulières $\binom{0}{0} = 1$ (par convention) ; $\binom{n}{0} = 1$; $\binom{n}{1} = n$; $\binom{n}{n} = 1$

• Calculatrice

Calculatrice : calcul de $\binom{32}{2}$ (32 $\boxed{\text{math}}$ PROB 3 : Combinaison $\boxed{\text{entrer}}$ 2) ; on trouve 496.

Calcul à la main possible

• Formules à connaître :

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \text{Formule de symétrie :}$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \quad \text{formule de Pascal)}$$

• Le triangle de Pascal

On reporte les coefficients $\binom{n}{k}$ dans un tableau de sorte que le coefficient se trouve sur la ligne n et dans la colonne k (on remarquera que ce coefficient existe uniquement lorsque $0 \leq k \leq n$).

$n \backslash k$	0	1	2	3	4		
0	1						
1	1	$\begin{matrix} +1 \\ \downarrow \end{matrix}$					
2	1	$\begin{matrix} +2 \\ \downarrow \end{matrix}$	$\begin{matrix} +1 \\ \downarrow \end{matrix}$				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1	\searrow	
	\downarrow						

III. Loi binomiale

• Formule

$$\forall k \in \{0; 1; \dots; n\} \quad P(\text{« obtenir exactement } k \text{ succès »}) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$$

• On dit que X suit la loi binomiale de paramètres n et p .

• Calculatrice :

$\boxed{2\text{nde}}$ \rightarrow $\boxed{\text{var}}$ distrib puis choisir binomfdp ou binomFRép

- Espérance, variance et écart-type :

$$E(X) = np$$

$$V(X) = npq$$

$$\sigma(X) = \sqrt{npq}$$

- Diagramme en bâtons d'une loi binomiale

- Rappel d'une propriété des variables aléatoires.

On suppose que X est une variable aléatoire.

Étant donnés deux réels a et b , on a : $E(aX + b) = aE(X) + b$ et $V(aX + b) = a^2V(X)$.

Lorsque l'on sait que X suit la loi binomiale de paramètres n et p , on peut alors remplacer $E(X)$ et $V(X)$ par leurs expressions (np et npq).