TS1

Contrôle du vendredi 12 mai 2017 (50 minutes)

Prénom et nom : ……………………………………………..…………… **Note :** ……../ 20

I. (6 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points + 2 points ; 3°) 1 point)

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln x$ définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [1\,;\mathrm{e}]$.

1°) On rappelle que la fonction $\mathrm{F} : x \mapsto x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien.
Démontrer que f est une densité de probabilité sur I.

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

2°) Dans la suite de l'exercice, on considère une variable aléatoire X définie sur un espace probabilisé (Ω, P) admettant f pour densité de probabilité.

Après avoir vérifié au brouillon que la fonction $\mathrm{G} : x \mapsto \dfrac{x^2 \ln x}{2} - \dfrac{x^2}{4}$ est une primitive de la fonction $g : x \mapsto x\ln x$ et que la fonction $\mathrm{H} : x \mapsto \dfrac{x^3 \ln x}{3} - \dfrac{x^3}{9}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto x^2 \ln x$, calculer l'espérance mathématique et la variance de X (valeurs exactes).

$\mathrm{E}(\mathrm{X}) =$ ………………. (un seul résultat) ; $\mathrm{V}(\mathrm{X}) =$ ……………………………………………………. (un seul résultat)

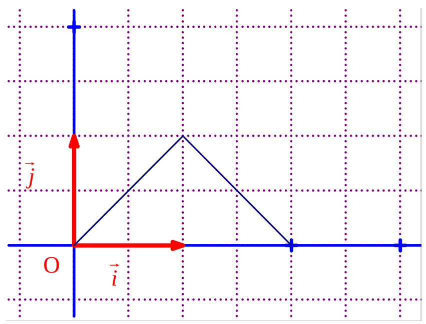
On pourra écrire le résultat de $\mathrm{V}(\mathrm{X})$ sous la forme d'une somme ou d'une différence de deux quotients.

3°) Calculer $P\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant \mathrm{e}\right)$ (valeur exacte sous la forme la plus simple).

$P\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant \mathrm{e}\right) =$ ………………….. (un seul résultat)

II. (4 points : 2 points + 2 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0\,;2]$ dont la représentation graphique dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$ est donnée ci-dessous.
On vérifie aisément que la fonction f est une densité de probabilité sur I.



Ne rien écrire sur ce graphique.

On considère une variable aléatoire X définie sur un espace probabilisé (Ω, P) admettant f pour densité de probabilité.

Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

$\mathrm{E}(\mathrm{X}) =$ ………………. (un seul résultat) ; $\mathrm{V}(\mathrm{X}) =$ ………………. (un seul résultat)

III. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point + 1 point ; 3°) 1 point)

On choisit un réel au hasard dans l'intervalle $[-3\,;1]$. On modélise cette expérience aléatoire par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[-3\,;1]$.

1°) Calculer la probabilité que le réel choisi soit inférieur ou égal à – 2 sachant qu'il est négatif ou nul.
On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

………………………………. (un seul résultat)

2°) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

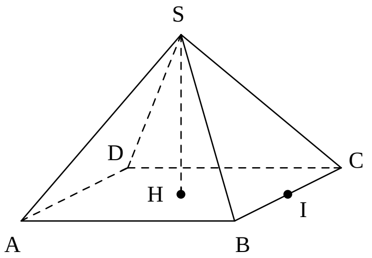
$E(X) =$ .... (un seul résultat) ; $V(X) =$ .... (un seul résultat)

3°) Quelle est la probabilité que – 2,66 soit une valeur approchée à 10^{-2} près du réel choisi ?
On donnera le résultat sous forme décimale.

………………………………. (un seul résultat, sans égalité)

IV. (3 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point)

On considère une pyramide régulière SABCD de sommet S dont la base ABCD est un carré de centre H telle que les faces SAB , SBC , SDC et SDA sont des triangles équilatéraux. On pose $AB = a$. On note I le milieu de [BC].



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Calculer les produits scalaires $p = \overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $p' = \overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{SC}$ en fonction de a.
Pour le calcul de p', deux méthodes sont proposées au choix. On pourra soit décomposer le vecteur $\overrightarrow{SC}$ en introduisant le point H soit utiliser l'égalité $\overrightarrow{HI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

$p =$ ....(un seul résultat) ; $p' =$ ....(un seul résultat)

2°) Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ASC}$.

$\widehat{ASC} =$ ....

V. (3 points : 2 points pour la recherche + 1 point pour la conclusion)

Soit A, B, C trois points de l'espace $\mathcal{E}$ tels que B et C soient distincts.
Déterminer l'ensemble F des points M de $\mathcal{E}$ tels que l'on ait $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}$.
On donne le modèle de rédaction suivant à recopier et compléter (ne rien écrire sur les pointillés).

- On commencera la recherche de l'ensemble par la phrase « Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$. »
- On rédigera la recherche de la manière suivante sous la forme d'une « chaîne » d'équivalences :

$M \in F \Leftrightarrow$ ………

$\Leftrightarrow$ ………

- On conclura ainsi : « L'ensemble F est ………………… » (aucune figure n'est demandée).

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

Corrigé du contrôle du 12-5-2017

I.

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln x$ définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [1 ; \mathrm{e}]$.

1°) On rappelle que la fonction $\mathrm{F} : x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien.
Démontrer que f est une densité de probabilité sur I.

• f définie et continue sur l'intervalle I (car c'est la restriction d'une fonction polynôme à l'intervalle I).

• f est positive ou nulle sur l'intervalle I (c'est-à-dire f est à valeurs positives ou nulles).

En effet, $\forall x \in \mathrm{I} \quad x \geqslant 1$ donc $\forall x \in \mathrm{I} \quad \ln x \geqslant 0$.

• On calcule l'intégrale de f sur I.

$$\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} \ln x\,\mathrm{d}x$$

$$= [x - x\ln x]_1^{\mathrm{e}}$$

$$= \mathrm{e}\ln\mathrm{e} - \mathrm{e} - 1\times\ln 1 + 1$$

$$= 1$$

D'après les trois conditions précédentes, f est une densité de probabilité sur I.

2°) Dans la suite de l'exercice, on considère une variable aléatoire X définie sur un espace probabilisé (Ω, P) admettant f pour densité de probabilité.
Après avoir vérifié au brouillon que la fonction $\mathrm{G} : x \mapsto \dfrac{x^2 \ln x}{2} - \dfrac{x^2}{4}$ est une primitive de la fonction $g : x \mapsto x\ln x$ et que la fonction $\mathrm{H} : x \mapsto \dfrac{x^3\ln x}{3} - \dfrac{x^3}{9}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto x^2 \ln x$, calculer l'espérance mathématique et la variance de X (valeurs exactes).

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4} \text{ (un seul résultat)} \quad ; \quad \mathrm{V}(\mathrm{X}) = \frac{2\mathrm{e}^3+1}{9} - \frac{(\mathrm{e}^2+1)^2}{16} \text{ (un seul résultat)}$$

$$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \int_1^{\mathrm{e}} xf(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= \int_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x$$

$$= \int_1^{\mathrm{e}} g(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= [\mathrm{G}(x)]_1^{\mathrm{e}}$$

$$= \left[\frac{x^2\ln x}{2} - \frac{x^2}{4}\right]_1^{\mathrm{e}}$$

$$= \left(\frac{\mathrm{e}^2\ln\mathrm{e}}{2} - \frac{\mathrm{e}^2}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{\mathrm{e}^2}{2} - \frac{\mathrm{e}^2}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$$

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \int_1^{\mathrm{e}} x^2 f(x)\,\mathrm{d}x - [\mathrm{E}(\mathrm{X})]^2 \quad \text{(formule de Koenig-Huyghens)}$$

$$= \int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln x\,\mathrm{d}x - \left(\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}\right)^2$$

$$= \int_1^{\mathrm{e}} h(x)\,\mathrm{d}x - \left(\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}\right)^2$$

$$= [\mathrm{H}(x)]_1^{\mathrm{e}} - \left(\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}\right)^2$$

$$= \left[\frac{x^3\ln x}{3} - \frac{x^3}{9}\right]_1^{\mathrm{e}} - \left(\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}\right)^2$$

$$= \frac{\mathrm{e}^3}{3} - \frac{\mathrm{e}^3}{9} + \frac{1}{9} - \frac{(\mathrm{e}^2+1)^2}{16}$$

$$= \frac{2\mathrm{e}^3+1}{3} - \frac{(\mathrm{e}^2+1)^2}{16}$$

On pourra écrire le résultat de $\mathrm{V}(\mathrm{X})$ sous la forme d'une somme ou d'une différence de deux quotients.

3°) Calculer $P\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant \mathrm{e}\right)$ (valeur exacte sous la forme la plus simple).

$$P\left(\frac{\mathrm{e}}{2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant \mathrm{e}\right) = \frac{\mathrm{e}\ln 2}{2} \text{ (un seul résultat)}$$

$$P\left(\frac{\mathrm{e}}{2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant \mathrm{e}\right) = \int_{\frac{\mathrm{e}}{2}}^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= [x - x\ln x]_{\frac{\mathrm{e}}{2}}^{\mathrm{e}}$$

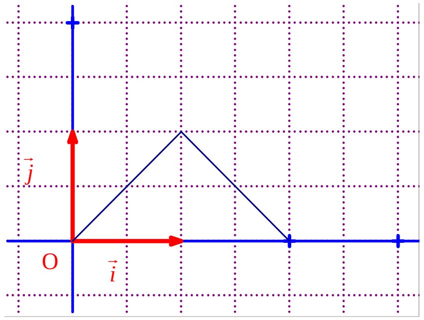
$$= (\mathrm{e}\ln\mathrm{e} - \mathrm{e}) - \left(\frac{\mathrm{e}}{2}\times\ln\frac{\mathrm{e}}{2} - \frac{\mathrm{e}}{2}\right)$$

$$= (\mathrm{e}\times 1 - \mathrm{e}) - \left[\frac{\mathrm{e}}{2}\times(1-\ln 2) - \frac{\mathrm{e}}{2}\right]$$

$$= \frac{\mathrm{e}\ln 2}{2}$$

II.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\mathrm{I}=[0\,;2]$ dont la représentation graphique dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est donnée ci-dessous.
On vérifie aisément que la fonction f est une densité de probabilité sur I.



Ne rien écrire sur ce graphique.

On considère une variable aléatoire X définie sur un espace probabilisé (Ω, P) admettant f pour densité de probabilité.

Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

$$\mathrm{E}(\mathrm{X})=1 \text{ (un seul résultat)} \quad ; \quad \mathrm{V}(\mathrm{X})=\frac{1}{6} \text{ (un seul résultat)}$$

On commence par déterminer l'expression de f par intervalles.
La représentation graphique de f est constituée de deux serments de droites donc f est affine par intervalles.

Par lecture graphique, on trouve immédiatement :
$\forall x \in [0\,;1] \quad f(x)=x$
$\forall x \in [1\,;2] \quad f(x)=2-x$

On peut aussi dire que f est définie par $f(x)=1-|x-1|$.

La fonction f n'est pas constante sur l'intervalle I donc la loi de probabilité définie par f sur I n'est pas uniforme donc on est obligé de passer par un calcul d'intégrale pour obtenir l'espérance et la variance de X.

$$\mathrm{E}(\mathrm{X})=\int_0^2 x f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^1 x f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^2 x f(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{(relation de Chasles pour les intégrales)}$$

$$=\int_0^1 x\times x\,\mathrm{d}x+\int_1^2 x\times(2-x)\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x+\int_1^2 \left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1+\left[x^2-\frac{x^3}{3}\right]_1^2$$

$$=\frac{1}{3}+\left(4-\frac{8}{3}\right)-\left(1-\frac{1}{3}\right)$$

$$=\frac{1}{3}+3-\frac{7}{3}$$

$$=3-2$$

$$=1$$

$$\mathrm{V}(\mathrm{X})=\int_0^2 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x-\left[\mathrm{E}(\mathrm{X})\right]^2 \qquad \text{(formule de Koenig-Huyghens)}$$

On calcule à part $\int_0^2 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

$$\int_0^2 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^2 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{(relation de Chasles pour les intégrales)}$$

$$= \int_0^1 x^2 \times x\,\mathrm{d}x + \int_1^2 x^2 (2-x)\,\mathrm{d}x$$

$$= \int_0^1 x^3\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(2x^2 - x^3\right)\mathrm{d}x$$

$$= \int_0^1 x^3\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(2x^2 - x^3\right)\mathrm{d}x$$

$$= \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 + \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_1^2$$

$$= \frac{1}{4} - 0 + \left(\frac{2\times 8}{3} - \frac{16}{4}\right) - \left(\frac{2\times 1}{3} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4} + \left(\frac{16}{3} - \frac{16}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{14}{3} - \frac{14}{4}$$

$$= \frac{14}{3} - \frac{7}{2}$$

$$= \frac{7}{6}$$

$$\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \frac{7}{6} - 1$$

$$= \frac{1}{6}$$

Remarque :

On peut vérifier les résultats en utilisant la commande de la calculatrice permettant de calculer l'intégrale d'une fonction.
On calcule soit deux intégrales soit une seule en utilisant l'expression de la fonction à l'aide d'une valeur absolue.

III.

On choisit un réel au hasard dans l'intervalle $[-3\,;1]$. On modélise cette expérience aléatoire par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[-3\,;1]$.

1°) Calculer la probabilité que le réel choisi soit inférieur ou égal à – 2 sachant qu'il est négatif ou nul.
On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$\frac{1}{3}$ (un seul résultat, sans égalité)

On doit calculer une probabilité conditionnelle.

$$P(\mathrm{X} \leqslant -2 \,/\, \mathrm{X} \leqslant 0) = \frac{P\big((\mathrm{X} \leqslant -2) \cap (\mathrm{X} \leqslant 0)\big)}{P(\mathrm{X} \leqslant 0)} \quad \text{(définition d'une probabilité conditionnelle)}$$

$$= \frac{P(\mathrm{X} \leqslant -2)}{P(\mathrm{X} \leqslant 0)}$$

$$= \frac{\dfrac{-2-(-3)}{4}}{\dfrac{0-(-3)}{4}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

Le résultat peut s'obtenir d'une autre manière en disant qu'il s'agit de la probabilité pour un réel choisi au hasard dans l'intervalle $[-3\,;0]$ d'être inférieur ou égal à – 2.

2°) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

$\mathrm{E}(\mathrm{X}) = -1$ (un seul résultat) ; $\mathrm{V}(\mathrm{X}) = \frac{4}{3}$ (un seul résultat)

On applique les formules du cours sur la loi uniforme.

3°) Quelle est la probabilité que – 2,66 soit une valeur approchée à 10^{-2} près du réel choisi ?
On donnera le résultat sous forme décimale.

0,005 (un seul résultat)

– 2,66 est une valeur approchée à 10^{-2} de X équivaut à $-2,66 - 10^{-2} \leqslant \mathrm{X} \leqslant -2,66 + 10^{-2}$ (qui peut aussi s'écrire avec une valeur absolue sous la forme $|\mathrm{X} + 2,66| \leqslant 10^{-2}$) soit $-2,67 \leqslant \mathrm{X} \leqslant -2,65$.

Soit A l'événement : « – 2,66 est une valeur approchée à 10^{-2} près du réel choisi ».

$P(\text{A}) = P(-2{,}67 \leqslant \text{X} \leqslant -2{,}65)$

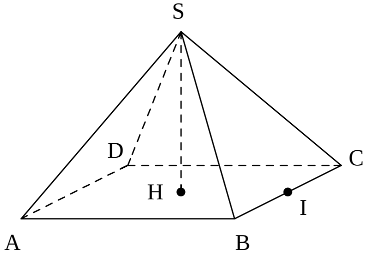
$= \dfrac{-2{,}65+2{,}67}{4}$

$= \dfrac{0{,}02}{4}$

$= 0{,}005$

IV.

On considère une pyramide régulière SABCD de sommet S dont la base ABCD est un carré de centre H telle que les faces SAB , SBC , SDC et SDA sont des triangles équilatéraux. On pose $\text{AB} = a$. On note I le milieu de [BC].



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Calculer les produits scalaires $p = \overrightarrow{\text{DH}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$ et $p' = \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{SC}}$ en fonction de a.
Pour le calcul de p', deux méthodes sont proposées au choix. On pourra soit décomposer le vecteur $\overrightarrow{\text{SC}}$ en introduisant le point H soit utiliser l'égalité $\overrightarrow{\text{HI}} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\text{DC}}$.

$p = -\dfrac{a^2}{2}$ (un seul résultat) ; $p' = \dfrac{a^2}{4}$ (un seul résultat)

Calcul de p :

On fait une figure du carré ABCD (vu de face).

1ère méthode :

$p = \overrightarrow{\text{DH}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$

$= \overrightarrow{\text{CI}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$ (car le projeté orthogonal de D sur (BC) est C et le projeté orthogonal de H sur (BC) est I)

$= -\text{CI} \times \text{BC}$ (car les vecteurs $\overrightarrow{\text{CI}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$ sont colinéaires de sens contraire)

$= -\dfrac{a}{2} \times a$

$= -\dfrac{a^2}{2}$

2e méthode :

$p = \overrightarrow{\text{DH}} \cdot \overrightarrow{\text{BC}}$

$= \text{DH} \times \text{BC} \times \cos\left(\widehat{\overrightarrow{\text{DH}} ; \overrightarrow{\text{BC}}}\right)$

$= a\sqrt{2} \times a \times \cos 135°$ (pour voir l'angle géométrique formé par les vecteurs $\overrightarrow{\text{DH}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$, on s'appuie sur la figure en traçant des représentants des deux vecteurs ayant la même origine)

$= a\cancel{\sqrt{2}} \times a \times \left(-\dfrac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}\right)$

$= -a^2$

Calcul de p' :

1ère méthode :

$p' = \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{SC}}$

$= \left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\text{DC}}\right) \cdot \overrightarrow{\text{SC}}$

$= \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{\text{DC}} \cdot \overrightarrow{\text{SC}}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{\text{CD}} \cdot \overrightarrow{\text{CS}}\right)$

$= \dfrac{1}{2}\text{CD} \times \text{CS} \times \cos\widehat{\text{CDS}}$

$= \dfrac{1}{2} a \times a \times \cos 60°$ (car le triangle SCD est équilatéral)

$= \dfrac{1}{2}a^2 \times \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{a^2}{4}$

2e méthode :

$p' = \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{SC}}$

$= \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \left(\overrightarrow{\text{SH}} + \overrightarrow{\text{HC}}\right)$

$= \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{SH}} + \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{HC}}$

$= 0 + \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{HC}}$

$= \overrightarrow{\text{HI}} \cdot \overrightarrow{\text{HI}}$ (car le projeté orthogonal de C sur (HI) est I)

$= \text{HI}^2$

$= \left(\dfrac{a}{2}\right)^2$

$= \dfrac{a^2}{4}$

2°) Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\mathrm{ASC}}$.

$$\widehat{\mathrm{ASC}}=90°$$

1[ère] méthode :

On applique la « formule du côté » dans le triangle SAC : $\mathrm{AC}^2=\mathrm{AS}^2+\mathrm{SC}^2-2\mathrm{AS}\times\mathrm{SC}\times\cos\widehat{\mathrm{ASC}} \quad (1)$.

On sait que $\mathrm{AC}=a\sqrt{2}$ (diagonale d'un carré).

Donc la relation (1) donne $2a^2=a^2+a^2-2a\times a\cos\widehat{\mathrm{ASC}}$ d'où $-2a^2\cos\widehat{\mathrm{ASC}}=0$ soit $\cos\widehat{\mathrm{ASC}}=0$.
Par suite, l'angle $\widehat{\mathrm{ASC}}$ est droit.

2[e] méthode (plus simple, plus courte donc meilleure) :

On démontre que le triangle SAC est rectangle en S en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore.

V.

Soit A, B, C trois points de l'espace $\mathcal{E}$ tels que B et C soient distincts.
Déterminer l'ensemble F des points M de $\mathcal{E}$ tels que l'on ait $\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.
On donne le modèle de rédaction suivant à recopier et compléter (ne rien écrire sur les pointillés).

- On commencera la recherche de l'ensemble par la phrase « Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$. »
- On rédigera la recherche de la manière suivante sous la forme d'une « chaîne » d'équivalences :

$$\begin{aligned}\mathrm{M}\in F &\Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

- On conclura ainsi : « L'ensemble F est ………………… » (aucune figure n'est demandée).

Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$.

$$\begin{aligned}\mathrm{M}\in F &\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)=0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}=0\end{aligned}$$

F est le plan orthogonal à (BC) passant par A.

- On parle de plan « orthogonal » à une droite et non de « plan perpendiculaire » à une droite.
- On ne parle pas du point M dans la conclusion.
- On utilise au plus une fois le mot ensemble dans la conclusion.