**$1^{\text{ère}}$ S1**

# Contrôle du mardi 6 décembre 2016 (50 minutes)

**Prénom et nom :** ……………………….………….

**Note : ….. / 20**

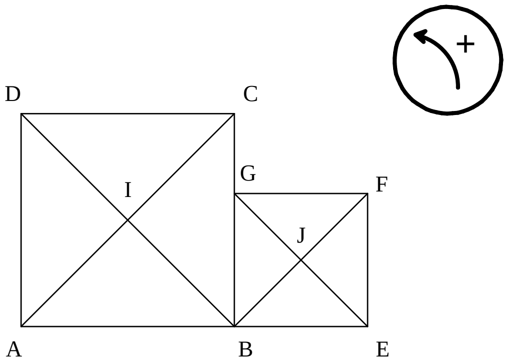
---

Dans les exercices **I** à **IV**, le plan est orienté.
On fera attention à ne rien écrire sur les figures en dehors de ce qui est demandé.

---

## I. (6 points : 1°) 5 points ; 2°) 1 point)

On considère la figure ci-dessous où ABCD et BEFG sont des carrés directs de centres respectifs I et J et G un point de $[BC]$.




1°) Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :

a) $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{FB}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{CG};\overrightarrow{AC}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{CI};\overrightarrow{BD}\right)$ e) $\left(\overrightarrow{DI};\overrightarrow{FJ}\right)$.

a) $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BE}\right)=$.......... b) $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{FB}\right)=$.......... c) $\left(\overrightarrow{CG};\overrightarrow{AC}\right)=$.......... d) $\left(\overrightarrow{CI};\overrightarrow{BD}\right)=$.......... e) $\left(\overrightarrow{DI};\overrightarrow{FJ}\right)=$..........

2°) Déterminer la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BE}\right)$ qui appartient à l'intervalle $[0;2\pi]$.
Faire apparaître cette mesure sur la figure ci-dessus en utilisant le codage spécifique aux angles orientés (sans tracer les vecteurs).

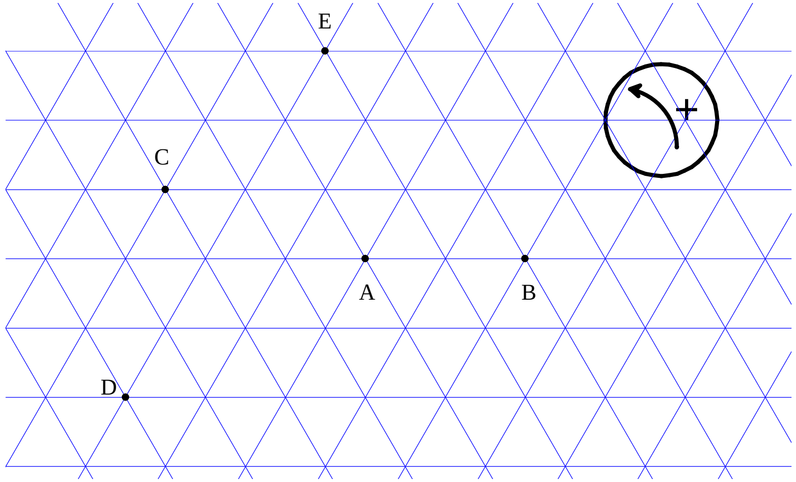
……………… (un seul résultat sans égalité)

---

## II. (5 points)

On considère le maillage ci-contre constitué de triangles équilatéraux.
On prend pour unité de longueur la longueur commune aux côtés des triangles équilatéraux constituant ce maillage.
Les points A, B, C, D, E sont des nœuds du maillage.

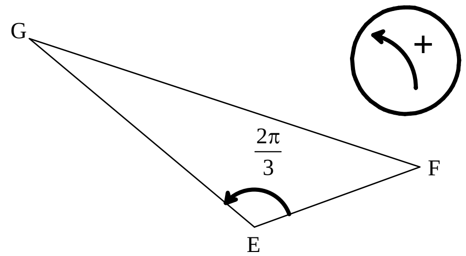
Placer les points F, G, H, I, J ainsi définis : $\left(\overrightarrow{FE};\overrightarrow{FD}\right)=\pi$ et $EF=1$ ; $\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AG}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $AG=2$ ;
$\left(\overrightarrow{BG};\overrightarrow{BH}\right)=-\frac{4\pi}{3}$ et $BH=2$ ; $\left(\overrightarrow{AH};\overrightarrow{DI}\right)=\frac{2\pi}{3}$ et $DI=3$ ; $\left(\overrightarrow{CJ};\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $HJ=5$.




---

## III. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

Soit E, F, G trois points deux à deux distincts tels que $\frac{2\pi}{3}$ soit une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EG}\right)$.



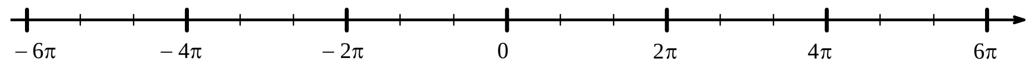

Recopier et compléter avec précision la phrase suivante puis illustrer ces mesures sur la droite réelle ci-dessous.

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EG}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

…..……………………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………………

Marquer les mesures par des points verts et écrire au-dessus en vert les valeurs correspondantes sous forme simplifiée.




2°) Donner la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EG}\right)$ appartenant à l'intervalle $[-200\pi;-198\pi]$.

……………… (un seul résultat sans égalité)

**IV. (2 points)**

Les nombres $\dfrac{101\pi}{9}$ et $\dfrac{803\pi}{9}$ sont-ils deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs ?
Justifier succinctement en utilisant une méthode efficace.
On veillera à démarrer « sèchement » par un calcul.

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

---

**V. (2 points : 1 point + 1 point)**

On considère la fonction $f : x \mapsto 3x - x^2$ définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $h$ un réel quelconque non nul. Exprimer $f(-1+h) - f(-1)$ (colonne de gauche) puis $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ (colonne de droite) en fonction de $h$ sous forme simplifiée.

| | |
|---|---|
| …………………………………………………… | …………………………………………………… |
| …………………………………………………… | …………………………………………………… |
| …………………………………………………… | …………………………………………………… |
| …………………………………………………… | …………………………………………………… |
| …………………………………………………… | …………………………………………………… |

**VI. (2 points)**

Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 4$ cm. On note M un point quelconque de la demi-droite $[AB)$ tel que $AM = x$ cm où $x$ est un réel quelconque positif ou nul. On note alors $y$ la distance BM en centimètres.
Compléter l'algorithme ci-dessous en langage naturel qui, pour une valeur de $x$ saisie en entrée, affiche en sortie la valeur de $y$. Il est demandé de ne pas utiliser d'autres variables que $x$ et $y$.
Dans la partie traitement, on utilisera une instruction conditionnelle de la forme « Si $x \leqslant$....... ».

• Il n'est pas demandé de réaliser le programme correspondant sur calculatrice.

• On respectera les règles usuelles de rédaction d'un algorithme. En particulier, on rappelle que l'affectation d'une variable s'écrit « $a$ prend la valeur … ».

• On veillera également à utiliser une « barre d'indentation » (à faire à la règle) permettant une meilleure lisibilité.

| |
|---|
| **Entrée :** |
| **Traitement :** |
| **Sortie :** |

---

**VII. (1 point)**

Calculer la somme $A = \sum_{k=0}^{k=4} (2k+1)$.

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

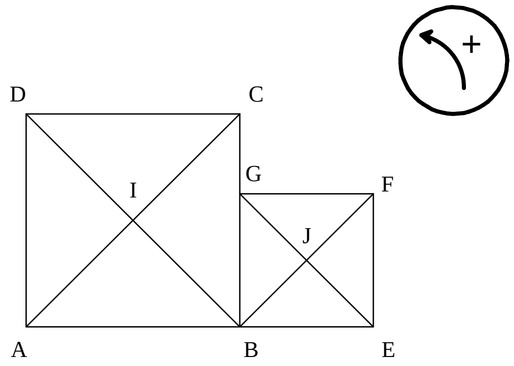
…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

# Corrigé du contrôle du 6-12-2016

## I.

On considère la figure ci-dessous où ABCD et BEFG sont des carrés directs de centres respectifs I et J et G un point de $[BC]$.




1°) Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :

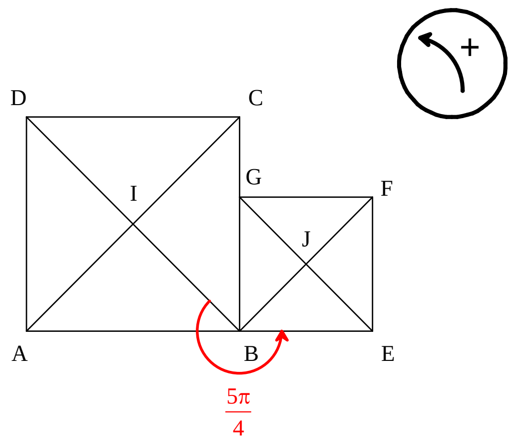
a) $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{BE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{FB}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{CG}\,;\overrightarrow{AC}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{CI}\,;\overrightarrow{BD}\right)$ e) $\left(\overrightarrow{DI}\,;\overrightarrow{FJ}\right)$.

a) $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{BE}\right)=-\frac{3\pi}{4}$ b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{FB}\right)=\pi$ c) $\left(\overrightarrow{CG}\,;\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3\pi}{4}$ d) $\left(\overrightarrow{CI}\,;\overrightarrow{BD}\right)=-\frac{\pi}{2}$ e) $\left(\overrightarrow{DI}\,;\overrightarrow{FJ}\right)=-\frac{\pi}{2}$

2°) Déterminer la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{BE}\right)$ qui appartient à l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

Faire apparaître cette mesure sur la figure ci-dessus en utilisant le codage spécifique aux angles orientés (sans tracer les vecteurs).

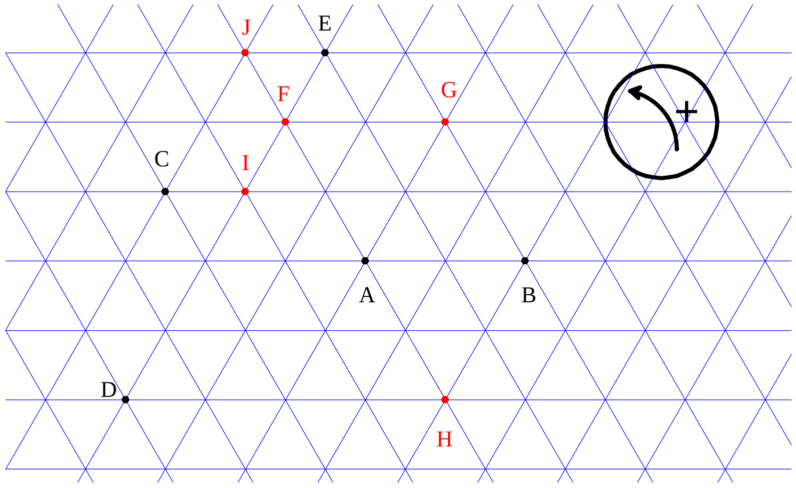
$\frac{5\pi}{4}$ (un seul résultat sans égalité)




## II.

On considère le maillage ci-contre constitué de triangles équilatéraux.
On prend pour unité de longueur la longueur commune aux côtés des triangles équilatéraux constituant ce maillage.
Les points A, B, C, D, E sont des nœuds du maillage.

Placer les points F, G, H, I, J ainsi définis : $\left(\overrightarrow{FE}\,;\overrightarrow{FD}\right)=\pi$ et $EF=1$ ; $\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AG}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $AG=2$ ; $\left(\overrightarrow{BG}\,;\overrightarrow{BH}\right)=-\frac{4\pi}{3}$ et $BH=2$ ; $\left(\overrightarrow{AH}\,;\overrightarrow{DI}\right)=\frac{2\pi}{3}$ et $DI=3$ ; $\left(\overrightarrow{CJ}\,;\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $HJ=5$.



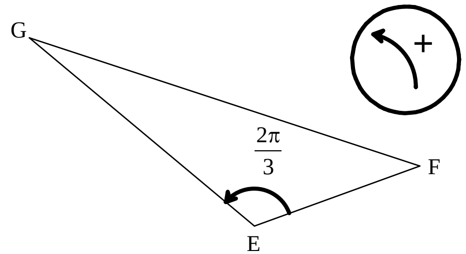

Placer sur la figure ci-dessus les points F, G, H, I, J ainsi définis :

$\left(\overrightarrow{FE}\,;\overrightarrow{FD}\right)=\pi$ et $EF=1$ ; $\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AG}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $AG=2$ ; $\left(\overrightarrow{BG}\,;\overrightarrow{BH}\right)=-\frac{4\pi}{3}$ et $BH=2$ ; $\left(\overrightarrow{AH}\,;\overrightarrow{DI}\right)=\frac{2\pi}{3}$ et $DI=3$ ; $\left(\overrightarrow{CJ}\,;\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $HJ=5$.

---

## III.

Soit E, F, G trois points deux à deux distincts tels que $\frac{2\pi}{3}$ soit une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF}\,;\overrightarrow{EG}\right)$.

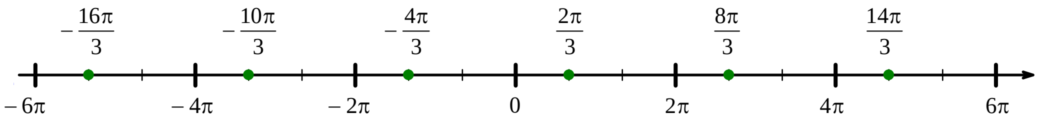



Recopier et compléter avec précision la phrase suivante puis illustrer ces mesures sur la droite réelle ci-dessous.

« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF}\,;\overrightarrow{EG}\right)$ sont les réels de la forme ... ».

Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF}\,;\overrightarrow{EG}\right)$ sont tous les nombres de la forme $\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

Marquer les mesures par des points verts et écrire au-dessus en vert les valeurs correspondantes sous forme simplifiée.




2°) Donner la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{EF}\,;\overrightarrow{EG}\right)$ appartenant à l'intervalle $[-200\pi\,;-198\pi]$

$-\dfrac{598\pi}{3}$ (un seul résultat sans égalité)

On part de l'inégalité $0\leqslant\dfrac{2\pi}{3}\leqslant 2\pi$.

On ajoute $-200\pi$ à chaque membre de l'inégalité.

On obtient : $-200\pi\leqslant\dfrac{2\pi}{3}-200\pi\leqslant-198\pi$ soit $-200\pi\leqslant-\dfrac{598\pi}{3}\leqslant-198\pi$.

---

**IV.**

Les nombres $\dfrac{101\pi}{9}$ et $\dfrac{803\pi}{9}$ sont-ils deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs ?
Justifier succinctement en utilisant une méthode efficace.
On veillera à démarrer « sèchement » par un calcul.

La méthode la plus simple consiste à utiliser la propriété suivante du cours (qui est un corollaire d'une autre).

| |
|---|
| $x$ et $y$ sont deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs si et seulement si $x-y$ est un multiple entier de $2\pi$ c'est-à-dire $x-y=2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$. |

$$\frac{101\pi}{9}-\frac{803\pi}{9}=-78\pi=2\times(-39)\times\pi$$

$-39\in\mathbb{Z}$ donc $\dfrac{101\pi}{9}$ et $\dfrac{803\pi}{9}$ sont deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs.

On utilise le sens suivant de l'équivalence du corollaire.

| |
|---|
| Si $x$ et $y$ sont deux réels tels que $x-y=2k\pi$ où $k$ est un entier relatif, alors $x$ et $y$ sont deux mesures en radians d'un même angle orienté. |

**V.**

On considère la fonction $f : x\mapsto 3x-x^2$ définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $h$ un réel quelconque non nul. Exprimer $f(-1+h)-f(-1)$ (colonne de gauche) puis $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ (colonne de droite) en fonction de $h$ sous forme simplifiée.

| | |
|---|---|
| $f(-1+h)-f(-1)=3(-1+h)-(-1+h)^2-(-4)$ | $\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\dfrac{5h-h^2}{h}$ |
| $=-3+3h-\left(1-2h+h^2\right)+4$ | $=\dfrac{\cancel{h}(5-h)}{\cancel{h}}$ |
| $=-3+3h-1+2h-h^2+4$ | |
| $=5h-h^2$ | $=5-h$ |

---

**VI.**

Soit A et B deux points du plan tels que $AB=4$ cm. On note M un point quelconque de la demi-droite $[AB)$ tel que $AM=x$ cm où $x$ est un réel quelconque positif ou nul. On note alors $y$ la distance BM en centimètres.
Compléter l'algorithme ci-dessous en langage naturel qui, pour une valeur de $x$ saisie en entrée, affiche en sortie la valeur de $y$. Il est demandé de ne pas utiliser d'autres variables que $x$ et $y$.
Dans la partie traitement, on utilisera une instruction conditionnelle de la forme « Si $x\leqslant$....... ».

• Il n'est pas demandé de réaliser le programme correspondant sur calculatrice.

• On respectera les règles usuelles de rédaction d'un algorithme. En particulier, on rappelle que l'affectation d'une variable s'écrit « *a* prend la valeur … ».

• On veillera également à utiliser une « barre d'indentation » (à faire à la règle) permettant une meilleure lisibilité.

**Entrée :**
Saisir $x$

**Traitement :**
**Si** $x\leqslant 4$
  Alors $y$ prend la valeur $4-x$
  **Sinon** $y$ prend la valeur $x-4$
**FinSi**

**Sortie :**
Afficher $y$

| |
|---|
| On commence par faire une figure permettant de visualiser la situation. |

## VII.

Calculer la somme $A = \sum_{k=0}^{k=4} (2k+1)$.

On développe la somme en remplaçant successivement $k$ par 0, 1, 2, 3, 4.
On obtient une somme de 5 termes.

$$A = (2\times 0+1)+(2\times 1+1)+(2\times 2+1)+(2\times 3+1)+(2\times 4+1)$$

$$=1+3+5+7+9$$

$$=25$$