TS1

Contrôle du vendredi 4 novembre 2016 (50 minutes)

Prénom et nom : …………………………………………..……………

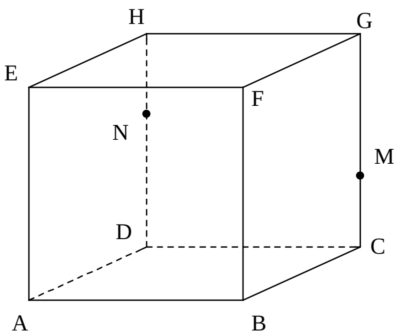
Note : …….. / 20

I. (10 points : 1°) 2 points + 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points ; 4°) 2 points)

Soit ABCDEFGH un cube. Soit M un point quelconque de $[CG]$ et N un point quelconque de $[DH]$ tel que (MN) ne soit pas parallèle à (CD).

1°) Construire sur la figure ci-dessous, en laissant les traits de construction apparents :

- en rouge la droite d'intersection Δ des plans (BMN) et (ABC) ;
- en vert la droite d'intersection Δ' des plans (BMN) et (ABF).



2°) Préciser sans justifier la position relative des droites (AM) et (BN) puis des droites (AM) et (CE).

Les droites (AM) et (BN) sont ……………………………………………………… .

Les droites (AM) et (CE) sont ……………………………………………………… .

3°) Sur la figure à droite, tracer la droite d'intersection des plans (ACG) et (BDF).
Définir clairement en quelques lignes cette droite. On veillera à utiliser des pointillés pour le tracé.

……...

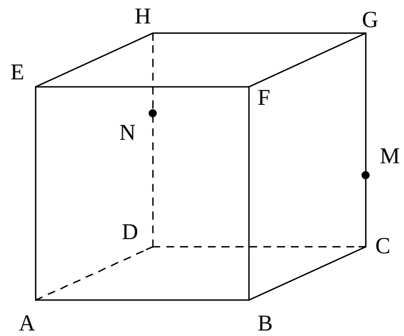
……...

……...

……...

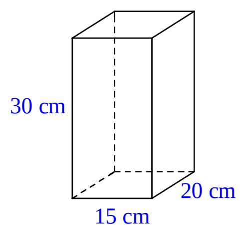
4°) Construire sur la figure ci-dessous :

- le point d'intersection K de la droite (AM) et du plan (BDF) ;
- le point d'intersection L de la droite (AN) et du plan (CEF).



II. (2 points)

On verse 3 litres d'eau dans le récipient qui a la forme d'un parallélépipède rectangle représenté ci-dessous en perspective cavalière (ne rien écrire dessus).



Quelle sera la hauteur d'eau ? Répondre sans justifier.

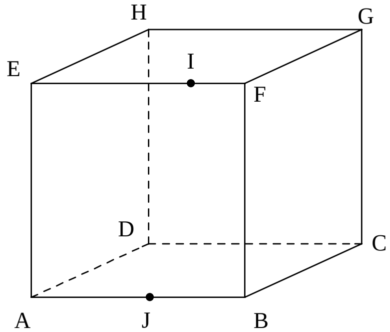
……………………….. (un seul résultat, sans égalité)

III. (3 points)

On considère la figure ci-dessous sur laquelle un cube ABCDEFGH est représenté en perspective cavalière.
On précise que I est un point de $[EF]$ et J un point de $[AB]$.

Tracer la section du cube par le plan *P* parallèle au plan (BGI) passant par J.

On nommera les points qui définissent la section.
On pourra éventuellement colorier cette section.



Quelle est la nature de cette section ? On répondra par une phrase, sans justifier.

………...

………...

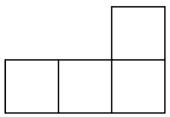
………...

IV. (1 point) Vrai ou faux ?

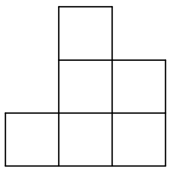
On considère un solide constitué d'un empilement de cubes identiques. On donne ci-dessous les vues de droite et de dessus (ne rien écrire sur les figures).
L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Répondre sans faire de phrase et sans justifier.

« On peut construire un tel solide à l'aide d'un empilement de 7 cubes. »

……………



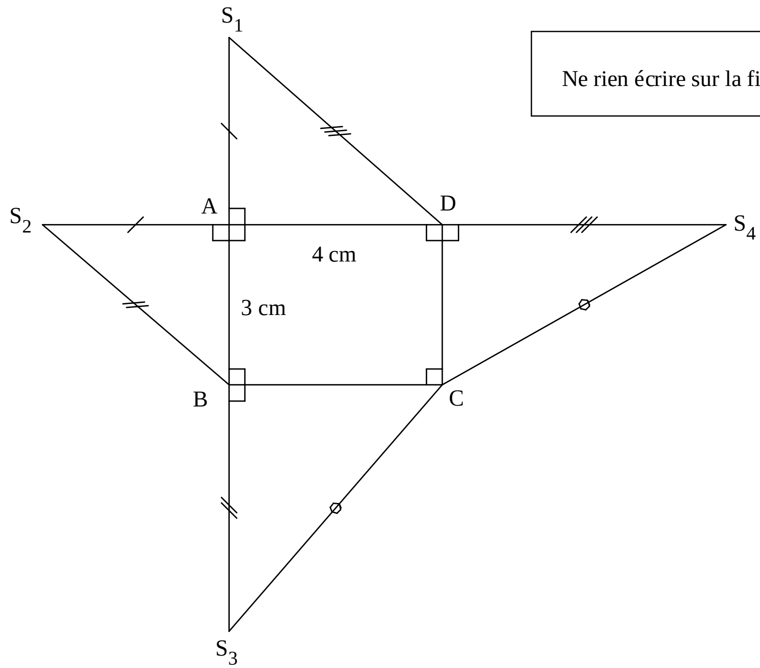
vue de droite



vue de dessus

V. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point)

On considère le solide dont un patron est donné ci-dessous. On précise que ABCD est un rectangle.
On note x la longueur AS_1 en centimètres.
On donnera tous les résultats sous la forme la plus simple possible.



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Exprimer en fonction de x le volume $\mathcal{V}(x)$ du solide exprimé en cm^3.

………………………………………………………………..…………… (une seule égalité)

2°) Exprimer en fonction de x l'aire totale $\mathcal{A}(x)$ du solide exprimée en cm^2.

………………………………………………………………..…………… (une seule égalité)

3°) Déterminer pour quelle valeur de x l'aire totale est égale à $33\ cm^2$. On donnera la valeur décimale approchée au centième par défaut.

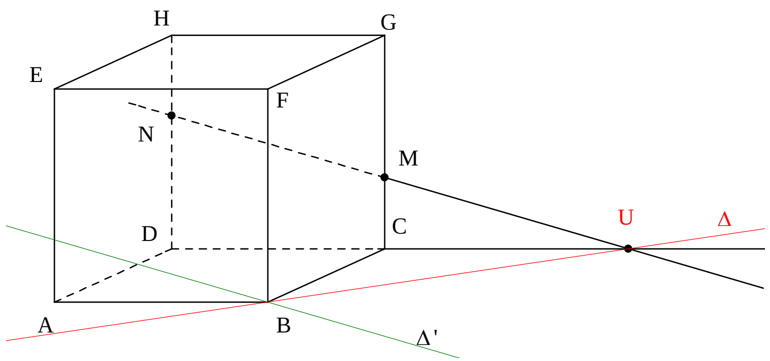
……………………….. (un seul résultat, sans égalité)

Corrigé du contrôle du 4-11-2016

I.

Soit ABCDEFGH un cube. Soit M un point quelconque de $[CG]$ et N un point quelconque de $[DH]$ tel que (MN) ne soit pas parallèle à (CD).

1°) Construire sur la figure ci-dessous, en laissant les traits de construction apparents :
- en rouge la droite d'intersection Δ des plans (BMN) et (ABC) ;
- en vert la droite d'intersection Δ' des plans (BMN) et (ABF).



Pour déterminer Δ, on construit le point d'intersection des droites (MN) et (CD). Δ est la droite (BU).
Δ' est la droite passant par B et parallèle à (MN).

Justifions que $\Delta' \,//\, (MN)$.

On a :
$(ABF) \,//\, (CDG)$;
$(ABF) \cap (BMN) = \Delta'$;
$(CDG) \cap (BMN) = (MN)$.

Donc $\Delta' \,//\, (MN)$ (théorème du cours : « Si deux plans sont parallèles, alors tout plan … ».

Idée intéressante :

Δ' rencontre la droite (AE) en un point L tel que le quadrilatère BMNL soit un parallélogramme (voir la figure).

2°) Préciser sans justifier la position relative des droites (AM) et (BN) puis des droites (AM) et (CE).

Les droites (AM) et (BN) sont non coplanaires.

Les droites (AM) et (CE) sont sécantes.

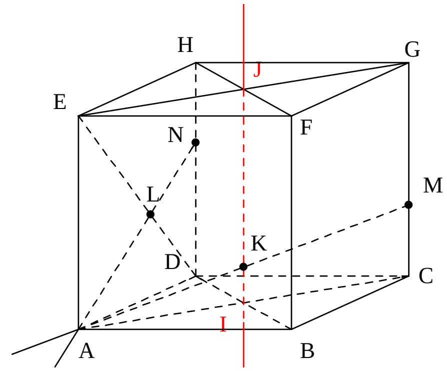
3°) Sur la figure à droite, tracer en la droite d'intersection des plans (ACG) et (BDF).
Définir clairement en quelques lignes cette droite. On veillera à utiliser des pointillés pour le tracé.

Soit I le centre de la face ABCD et J le centre de la face EFGH.
Les points I et J sont communs aux plans (ACG) et (BDF).
La droite d'intersection des plans (ACG) et (BDF) est donc la droite (IJ).

On doit penser à tracer en pointillés la portion de droite cachée dans la perspective.

4°) Construire sur la figure ci-dessous :

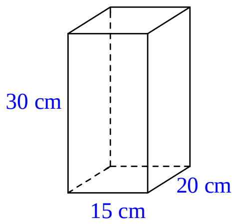
- le point d'intersection K de la droite (AM) et du plan (BDF) ;
- le point d'intersection L de la droite (AN) et du plan (CEF).



On se ramène à l'intersection de deux droites.
K est le point d'intersection des droites (AM) et (IJ).
L est le point d'intersection de (AN) et de la droite (DE).

II.

On verse 3 litres d'eau dans le récipient qui a la forme d'un parallélépipède rectangle représenté ci-dessous en perspective cavalière (ne rien écrire dessus).



Quelle sera la hauteur d'eau ? Répondre sans justifier.

10 cm (un seul résultat, sans égalité)

On rappelle que $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3$.

Donc $3\ \text{L} = 3\ \text{dm}^3 = 3000\ \text{cm}^3$.
On note h la hauteur d'eau en centimètres.

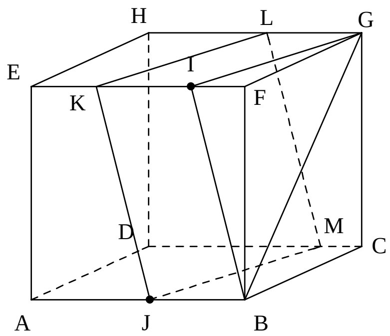
On a : $3000 = 15 \times 20 \times h$ d'où $h = \dfrac{3000}{300} = 10$.

III.

On considère la figure ci-dessous sur laquelle un cube ABCDEFGH est représenté en perspective cavalière.
On précise que I est un point de $[\text{EF}]$ et J un point de $[\text{AB}]$.

Tracer la section du cube par le plan P parallèle au plan (BGI) passant par J.

On nommera les points qui définissent la section.
On pourra éventuellement colorier cette section.



Quelle est la nature de cette section ? On répondra par une phrase, sans justifier.

La section du cube par le plan P est le quadrilatère JKLM.
C'est un parallélogramme.

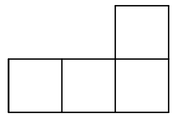
On peut éventuellement colorier la section sur la figure.

IV. Vrai ou faux ?

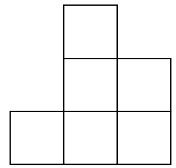
On considère un solide constitué d'un empilement de cubes identiques. On donne ci-dessous les vues de droite et de dessus (ne rien écrire sur les figures).
L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Répondre sans faire de phrase et sans justifier.

« On peut construire un tel solide à l'aide d'un empilement de 7 cubes. »

oui



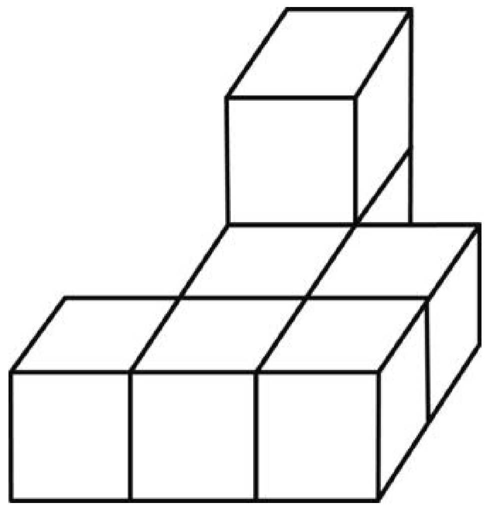
vue de droite



vue de dessus

On observe que le solide comporte deux étages et que tout cube de l'étage supérieur doit reposer sur un cube à l'étage inférieur.
La vue de dessus permet d'affirmer que l'on utilise 6 cubes à l'étage inférieur.
La vue de droite permet de dire qu'il y a au moins un cube à l'étage supérieur, à la troisième rangée à partir de l'avant.
La vue de dessus montre qu'il n'y a qu'un seul cube à la troisième rangée à partir de l'avant, à l'étage inférieur ; donc il ne peut y avoir qu'un seul cube à la troisième rangée, à l'étage supérieur.
Par conséquent, le solide est réalisé avec $7\ (= 6 + 1)$ cubes. L'affirmation est donc vraie.

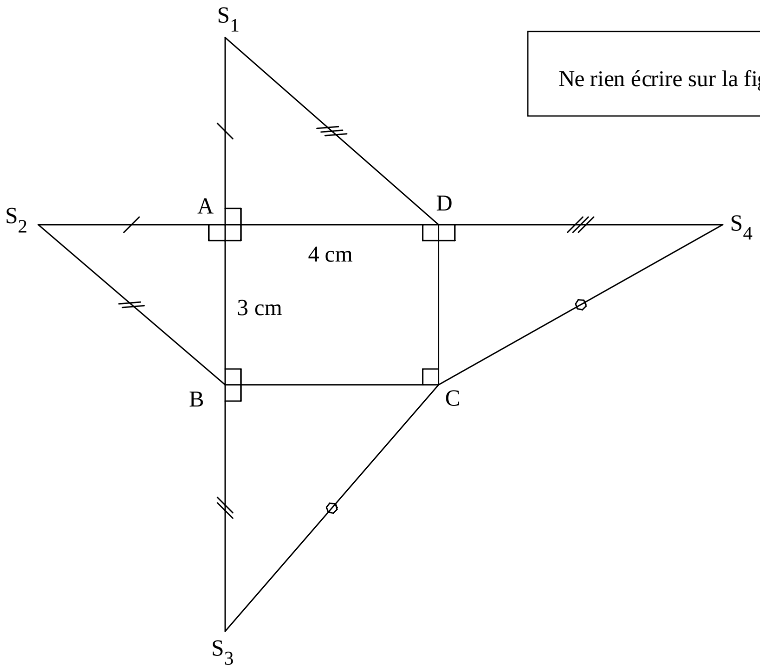
Nous donnons ci-dessous une représentation en perspective de l'édifice.



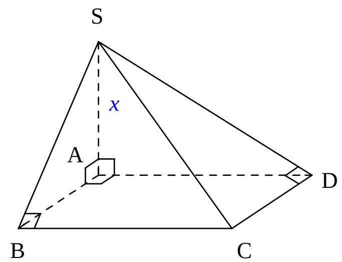
V.

On considère le solide dont un patron est donné ci-dessous. On précise que ABCD est un rectangle.
On note x la longueur AS_1 en centimètres.
On donnera tous les résultats sous la forme la plus simple possible.

Ne rien écrire sur la figure.



Le solide obtenu est une pyramide de sommet S telle que la hauteur issue de S passe par A (cf. figure ci-dessous).



1°) Exprimer en fonction de x le volume $\mathcal{V}(x)$ du solide exprimé en cm^3.

$\mathcal{V}(x) = 4x$ (une seule égalité)

2°) Exprimer en fonction de x l'aire totale $\mathcal{A}(x)$ du solide exprimée en cm^2.

$\mathcal{A}(x) = 12 + \dfrac{7x}{2} + 2\sqrt{x^2+9} + \dfrac{3}{2}\sqrt{x^2+16}$ (une seule égalité)

$\mathcal{A}(x)$ est la somme de l'aire du rectangle ABCD (base) et des 4 faces triangulaires.
On réduit ensuite l'expression.

$$\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}_{\text{ABCD}} + \mathcal{A}_{\text{S}_1\text{AD}} + \mathcal{A}_{\text{S}_2\text{AB}} + \mathcal{A}_{\text{S}_3\text{BC}} + \mathcal{A}_{\text{S}_4\text{CD}}$$

$$= 12 + \frac{4x}{2} + \frac{7x}{2} + 2\sqrt{x^2+9} + \frac{3\sqrt{x^2+16}}{2}$$

On utilise le théorème de Pythagore pour calculer les distances BS_3 et DS_4 en fonction de x.

3°) Déterminer pour quelle valeur de x l'aire totale est égale à $33\ \text{cm}^2$. On donnera la valeur décimale approchée au centième par défaut.

2,01 (un seul résultat, sans égalité)

On ne peut pas résoudre facilement l'équation $\mathcal{A}(x) = 33$ par le calcul.
On va donc effectuer une résolution approchée grâce à la calculatrice.
On « rentre » les fonctions :

$$\text{Y1} = 12 + \frac{7\text{X}}{2} + 2\sqrt{\text{X}^2+9} + \frac{3}{2}\sqrt{\text{X}^2+16}$$
$$\text{Y2} = 33$$

On trace leurs représentations graphiques en choisissant une fenêtre graphique adaptée.
On utilise ensuite la commande permettant de déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux courbes.

On obtient l'affichage :
$\text{X} = 2{,}0152679$
$\text{Y} = 33$