$1^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du mardi 4 octobre 2016 (50 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

I. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point + 1 point)

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un réel.
- Calculer sa valeur absolue.
- Retirer 3.
- Élever le résultat au carré.

1°) On note x le réel choisi au départ et y le réel obtenu à la fin du programme de calcul.
Exprimer y en fonction de x.

………………………………………… (une seule égalité)

2°) Pour quelle(s) valeur(s) du nombre de départ le résultat final est-il égal a) à 0 ? b) à 4 ?
Donner les valeurs sans faire de phrases en ne détaillant que la recherche des valeurs pour le b).

a) …………………………………….. ; b) ……………………………………..

………

………

………

………

………

………

………

Dans les exercices **II** et **III**, le plan est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

II. (8 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point ; 4°) 1 point ; 5°) 1 point ; 6°) 1 point ; 7°) 2 points)

On donne :

- la droite D d'équation cartésienne $3x-6y+2=0$;
- les points $\text{A}\begin{vmatrix}3\\5\end{vmatrix}$, $\text{B}\begin{vmatrix}3\\-2\end{vmatrix}$ et $\text{C}\begin{vmatrix}-5\\2\end{vmatrix}$.

Pour les questions 1°) à 6°), on répondra directement sans justifier après une recherche au brouillon.

1°) Le vecteur $\vec{u}\begin{vmatrix}\dots\dots\\\dots\dots\end{vmatrix}$ est un vecteur directeur de D.

2°) Le coefficient directeur de la droite D est égal à ……… .

3°) La droite D' passant par O et parallèle à D a pour équation cartésienne ……………………………………….. .

4°) La droite D coupe l'axe des abscisses au point $\text{K}\begin{vmatrix}\dots\dots\\\dots\dots\end{vmatrix}$.

5°) La droite D coupe la droite (AB) au point $\text{L}\begin{vmatrix}\dots\dots\\\dots\dots\end{vmatrix}$.

6°) La droite Δ passant par A et de coefficient de directeur $-\frac{1}{3}$ a pour équation réduite …………………………… .

7°) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ' passant par B et parallèle à (AC). Le modèle de rédaction est donné.

Le vecteur $\overrightarrow{\text{AC}}$ a pour coordonnées $(\dots\dots\dots\,;\dots\dots\dots)$.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x\,;y)$.

$\text{M}\in\Delta'$ si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si $\begin{vmatrix}\dots\dots & \dots\dots\\\dots\dots & \dots\dots\end{vmatrix}=\dots$

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

Δ' a pour équation cartésienne ……………………………………………..

III. (9 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point + 1 point ; 3°) 2 points ; 4°) 4 points)

À tout réel *m*, on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(3m-1)x-(m+1)y-2m+6=0$.

On donne aussi les points $\text{E}\left|\begin{matrix}4\\-1\end{matrix}\right.$, $\text{F}\left|\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right.$ et $\text{G}\left|\begin{matrix}0\\9\end{matrix}\right.$.

Avant de commencer l'exercice, on observera que l'équation cartésienne $(3m-1)x-(m+1)y-2m+6=0$ de D_m est une équation cartésienne de la forme $ax+by+c=0$ avec $a=3m-1$, $b=-(m+1)$, $c=-2m+6$.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}$ (................ ; ....) est un vecteur directeur de D_m.

2°) Compléter :

D_m // $(\text{O}x)$ si et seulement si ....

si et seulement si $m=$ ....

D_m // $(\text{O}y)$ si et seulement si ....

si et seulement si $m=$ ....

3°) Pour quelle valeur de *m* la droite D_m est-elle parallèle à la droite (EF) ?

On rédigera sous la forme d'une chaîne d'équivalences selon le modèle : « D_m / / (EF) si et seulement si …. ».

....

....

....

....

....

....

....

....

4°) Vérifier que toutes les droites D_m passent par le milieu I de $[\text{EG}]$.

On attend dans cette question une rédaction et une présentation des calculs la plus soignée possible.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Corrigé du contrôle du 4-10-2016

I.

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un réel.
- Calculer sa valeur absolue.
- Retirer 3.
- Élever le résultat au carré.

1°) On note x le réel choisi au départ et y le réel obtenu à la fin du programme de calcul.
Exprimer y en fonction de x.

$$y=\left(|\,x\,|-3\right)^2 \quad \text{(une seule égalité)}$$

2°) Pour quelle(s) valeur(s) du nombre de départ le résultat final est-il égal a) à 0 ? b) à 4 ?
Donner les valeurs sans faire de phrases en ne détaillant que la recherche des valeurs pour le b).

a) 3 et – 3 ; b) 1 ; – 1 ; 5 ; – 5

Les valeurs du nombre de départ pour lesquelles le résultat final est à 4 sont les solutions de l'équation $\left(|\,x\,|-3\right)^2=4 \quad (1)$.

(1) est successivement équivalente à :

$|\,x\,|-3=2$ ou $|\,x\,|-3=-2$

$|\,x\,|=5$ ou $|\,x\,|=1$

$x=5$ ou $x=-5$ ou $x=1$ ou $x=-1$

Dans les exercices **II** et **III**, le plan est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

II.

On donne :

• la droite D d'équation cartésienne $3x-6y+2=0$;

• les points $\text{A}\left|\begin{matrix}3\\5\end{matrix}\right.$, $\text{B}\left|\begin{matrix}3\\-2\end{matrix}\right.$ et $\text{C}\left|\begin{matrix}-5\\2\end{matrix}\right.$.

Pour les questions 1°) à 6°), on répondra directement sans justifier après une recherche au brouillon.

1°) Le vecteur $\vec{u}\left|\begin{matrix}6\\3\end{matrix}\right.$ est un vecteur directeur de D.

2°) Le coefficient directeur de la droite D est égal à $\dfrac{1}{2}$.

Il s'agit de la mise en application de la compétence « calculer le coefficient directeur d'une droite connaissant une équation cartésienne ».

1ère méthode (la meilleure car on ne demande que le coefficient directeur) :
On utilise les coordonnées d'un vecteur directeur.

Le coefficient directeur de D est égal à $\dfrac{y_{\vec{u}}\ \left(\text{ordonnée de } \vec{u}\right)}{x_{\vec{u}}\ \left(\text{abscisse de } \vec{u}\right)}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

2e méthode (moins bonne quand on ne demande que le coefficient directeur) :
On « repasse » l'équation cartésienne de D donnée dans l'énoncé en équation réduite.

3°) La droite D' passant par O et parallèle à D a pour équation cartésienne $x-2y=0$.

La méthode la plus rapide consiste à utiliser le coefficient directeur de D déterminé à la question 2°).

Comme D' est parallèle à D, D' a pour coefficient directeur $\dfrac{1}{2}$.

D' a pour équation $y=\dfrac{1}{2}x$ ou encore $x-2y=0$.

4°) La droite D coupe l'axe des abscisses au point $\text{K}\left|\begin{matrix}-\dfrac{2}{3}\\0\end{matrix}\right.$.

On remplace y par 0 dans l'équation cartésienne $3x-6y+2=0$ ce qui donne $3x+2=0$ puis $x=-\dfrac{2}{3}$.

5°) La droite D coupe la droite (AB) au point $\text{L}\left|\begin{matrix}3\\\dfrac{11}{6}\end{matrix}\right.$.

On observe que $x_{\text{A}}=x_{\text{B}}=3$ donc la droite (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées (on peut faire un petit graphique pour s'en rendre compte) et a pour équation $x=3$.
On trouve l'ordonnée du point L en remplaçant x par 3 dans l'équation $3x-6y+2=0$.

6°) La droite Δ passant par A et de coefficient de directeur $-\dfrac{1}{3}$ a pour équation réduite $y=6-\dfrac{x}{3}$.

La méthode le plus rapide consiste à utiliser la formule du cours.

Δ a pour équation $y=-\frac{1}{3}\left(x-x_{\mathrm{A}}\right)+y_{\mathrm{A}}$.

7°) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ' passant par B et parallèle à (AC). Le modèle de rédaction est donné.

Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ a pour coordonnées $(-8\,;-3)$.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x\,;y)$.

$\mathrm{M}\in\Delta'$ si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{BM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} x-3 & -8 \\ y+2 & -3 \end{vmatrix}=0$

si et seulement si $-3(x-3)-(-8)(y+2)=0$

si et seulement si $-3x+9+8y+16=0$

si et seulement si $3x-8y-25=0$

Δ' a pour équation cartésienne $3x-8y-25=0$.

III.

À tout réel *m*, on associe la droite D_m d'équation cartésienne $(3m-1)x-(m+1)y-2m+6=0$.

On donne aussi les points $\mathrm{E}\begin{vmatrix} 4 \\ -1 \end{vmatrix}$, $\mathrm{F}\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ et $\mathrm{G}\begin{vmatrix} 0 \\ 9 \end{vmatrix}$.

Avant de commencer l'exercice, on observera que l'équation cartésienne $(3m-1)x-(m+1)y-2m+6=0$ de D_m est une équation cartésienne de la forme $ax+by+c=0$ avec $a=3m-1$, $b=-(m+1)$, $c=-2m+6$.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}\,(m+1\,;3m-1)$ est un vecteur directeur de D_m.

2°) Compléter :

D_m // $(\mathrm{O}x)$ si et seulement si $3m-1=0$

si et seulement si $m=\frac{1}{3}$

D_m // $(\mathrm{O}y)$ si et seulement si $m+1=0$

si et seulement si $m=-1$

3°) Pour quelle valeur de *m* la droite D_m est-elle parallèle à la droite (EF) ?

On rédigera sous la forme d'une chaîne d'équivalences selon le modèle : « D_m // (EF) si et seulement si …. ».

$\overrightarrow{\mathrm{EF}}\begin{vmatrix} -3 \\ 2 \end{vmatrix}$

D_m // (EF) si et seulement si $\vec{u}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} m+1 & -3 \\ 3m-1 & 2 \end{vmatrix}=0$

si et seulement si $2(m+1)+3(3m-1)=0$

si et seulement si $11m-1=0$

si et seulement si $m=\frac{1}{11}$

4°) Vérifier que toutes les droites D_m passent par le milieu I de $[\mathrm{EG}]$.

On attend dans cette question une rédaction et une présentation des calculs la plus soignée possible.

$\mathrm{I}\begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix}$ (formule des coordonnées d'un milieu ; coordonnées à donner sans explication)

On fait ensuite un calcul en remplaçant *x* et *y* par les coordonnées de I dans l'équation cartésienne de D_m.

Il s'agit de la mise en application de la compétence « vérifier qu'un point appartient ou n'appartient pas à une droite ».

On démarre le calcul sèchement, sans faire de phrase.

On n'utilise pas de « si et seulement si » pour vérifier qu'un point appartient à une droite (ou déterminer si un point appartient à une droite). Il s'agit d'un raisonnement déductif.
Cette faute était lourdement pénalisée.

On peut retenir qu'en début d'année l'utilisation de « si et seulement si » pour la résolution de questions est toujours indiquée dans les énoncés ce qui n'était pas le cas ici.

$$\begin{aligned}(3m-1)x_{\mathrm{I}}-(m+1)y_{\mathrm{I}}-2m+6&=(3m-1)\times 2-(m+1)\times 4-2m+6\\&=6m-2-4m-4-2m+6\\&=0\end{aligned}$$

Donc $\mathrm{I}\in D_m$.

La démarche « $\mathrm{I}\in D_m$ si et seulement si … » (sous forme d'une chaîne d'équivalences) fait aboutir à $0=0$ ce qui est idiot.

Pour ce type de question, il faut faire très attention à la présentation et à la rédaction.