1ère S1

Contrôle du mardi 20 septembre 2016 (50 min)

Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

I. (4 points : 1 point par réponse)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) =$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$.

Calculer les images par f de π, $\dfrac{3}{\pi}$, $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$.

On effectuera les calculs au brouillon et l'on donnera uniquement les résultats en valeur exacte sous forme simplifiée (en particulier sans radical au dénominateur).

$f(\pi) =$ ………… $f\left(\dfrac{3}{\pi}\right) =$ …………

$f\left(2+\sqrt{3}\right) =$ ………… $f\left(2-\sqrt{3}\right) =$ …………

II. (3 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{(1+x)^2} - \sqrt{4x^2}$.

1°) Calculer les images par g de $-\pi$ et $-3\sqrt{2}$. On effectuera les calculs au brouillon et l'on donnera uniquement les résultats sous forme simplifiée.

$g(-\pi) =$ ………… $g\left(-3\sqrt{2}\right) =$ …………

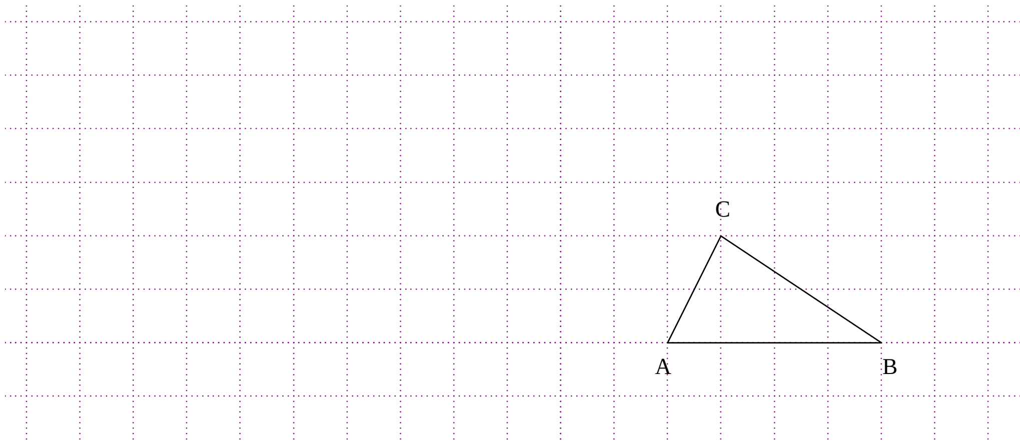
2°) Tracer la représentation graphique de g sur l'écran de la calculatrice graphique et donner l'ensemble des solutions S de l'inéquation $g(x) > -2$.

$S =$ …………………………

III. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On note E et F les points définis par $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$.

1°) Construire les points E et F sur la figure ci-dessous.



2°) Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

IV. (6 points : 1°) 2 points + 2 points ; 2°) 2 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points I, J, K définis par $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BC}$.

Construire les points I, J, K sur une figure au brouillon.

1°) Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exprimer $\overrightarrow{IK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

2°) Démontrer que les points I, J, K sont alignés.

………

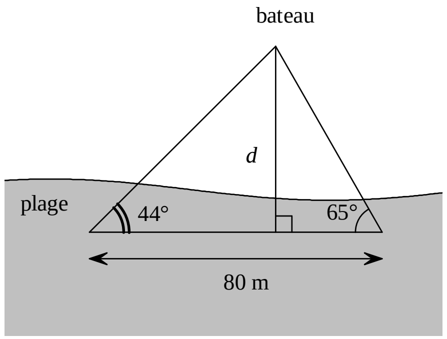
………

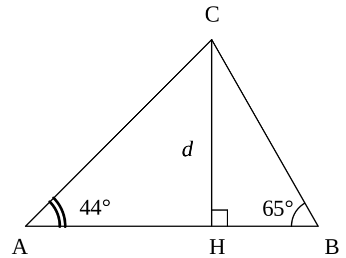
………

………

V. (3 points : 1°) 1 point + 1 point ; 2°) 1 point)

Un bateau se trouve à une distance *d*, exprimée en mètres, de la plage.
Le but de l'exercice est de déterminer la distance *d* par le calcul.





Ne rien écrire sur les figures.

1°) Exprimer les distances AH et BH en mètres en fonction de *d*.
On donnera une seule égalité à chaque fois. On attend une expression littérale avec les valeurs exactes.

……………………… ………………………

2°) En déduire l'expression exacte de *d*.

$d =$ .... (expression exacte)

Compléter la phrase la phrase suivante.

D'après la calculatrice, la valeur arrondie de *d* au dixième est ……………………… .

Corrigé du contrôle du 20-9-2016

I.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$.

Calculer les images par f de π, $\dfrac{3}{\pi}$, $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$.

On effectuera les calculs au brouillon et l'on donnera uniquement les résultats en valeur exacte sous forme simplifiée (en particulier sans radical au dénominateur).

$f(\pi)=1-\dfrac{1}{\pi}$ $\qquad f\left(\dfrac{3}{\pi}\right)=\dfrac{\pi}{3}-1$

$f\left(2+\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-1$ $\qquad f\left(2-\sqrt{3}\right)=1+\sqrt{3}$

$f(\pi)=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{1}{\pi}\right)$

$=1-\dfrac{1}{\pi}$ car $1-\dfrac{1}{\pi}>0$

$f\left(\dfrac{3}{\pi}\right)=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=-\left(1-\dfrac{\pi}{3}\right)$ car $1-\dfrac{\pi}{3}<0$

$=\dfrac{\pi}{3}-1$

$f\left(2+\sqrt{3}\right)=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}\right)$

$=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3}\right)$ (quantité conjuguée du dénominateur)

$=$ valeur absolue de $\left(1-\left(2-\sqrt{3}\right)\right)$

$=$ valeur absolue de $\left(\sqrt{3}-1\right)$

$=\sqrt{3}-1$ car $\sqrt{3}-1>0$

$f\left(2-\sqrt{3}\right)=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}\right)$

$=$ valeur absolue de $\left(1-\dfrac{2+\sqrt{3}}{4-3}\right)$ (quantité conjuguée)

$=$ valeur absolue de $\left(1-\left(2+\sqrt{3}\right)\right)$

$=$ valeur absolue de $\left(-1-\sqrt{3}\right)$

$=1+\sqrt{3}$ car $-1-\sqrt{3}<0$ de manière évidente.

On peu retrouver les deux derniers résultats grâce à la calculatrice.

II.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\sqrt{(1+x)^2}-\sqrt{4x^2}$.

1°) Calculer les images par g de $-\pi$ et $-3\sqrt{2}$. On effectuera les calculs au brouillon et l'on donnera uniquement les résultats sous forme simplifiée.

$g(-\pi)=-1-\pi$ $\qquad g\left(-3\sqrt{2}\right)=-1-3\sqrt{2}$

On note tout d'abord que pour tout réel x, on a : $g(x)=$ valeur absolue de$(x+1)-$ valeur absolue de$(2x)$.

$g(-\pi)=$ valeur absolue de$(1-\pi)-$ valeur absolue de(-2π)

$=\pi-1-2\pi$

$=-1-\pi$

$g\left(-3\sqrt{2}\right)=$ valeur absolue de$\left(1-3\sqrt{2}\right)-$ valeur absolue de$\left(-6\sqrt{2}\right)$

$=3\sqrt{2}-1-6\sqrt{2}$

$=-1-3\sqrt{2}$

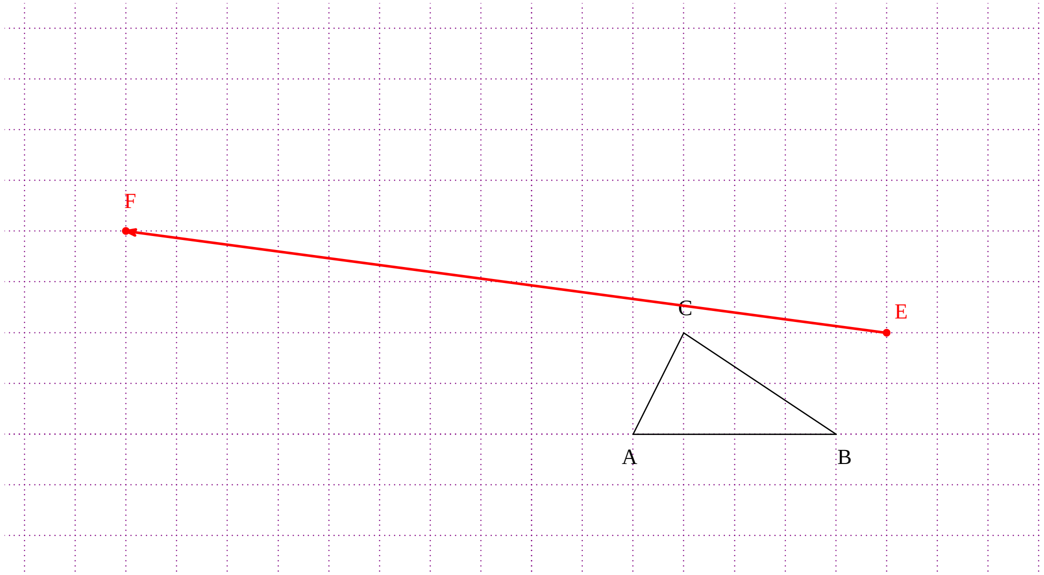
2°) Tracer la représentation graphique de g sur l'écran de la calculatrice graphique et donner l'ensemble des solutions S de l'inéquation $g(x)>-2$.

$$S=]-1\,;3[$$

III.

Soit ABC un triangle quelconque. On note E et F les points définis par $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}$.

1°) Construire les points E et F sur la figure ci-dessous.



2°) Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}\\ &= \cancel{-\overrightarrow{AB}}-\overrightarrow{AC}\cancel{+\overrightarrow{AB}}+\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}\\ &= -\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\\ &= \overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

IV.

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points I, J, K définis par $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BC}$.

Construire les points I, J, K sur une figure au brouillon.

1°) Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
Exprimer $\overrightarrow{IK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IJ} &= \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ} \quad \text{(relation de Chasles)}\\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IK} &= \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK} \quad \text{(relation de Chasles)}\\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}\\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\\ &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

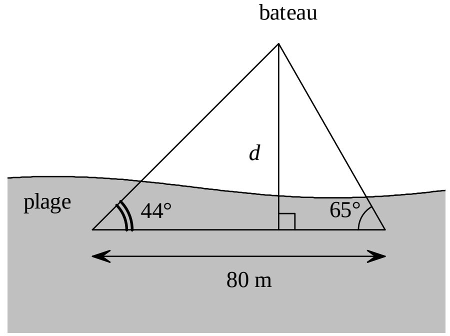
2°) Démontrer que les points I, J, K sont alignés.

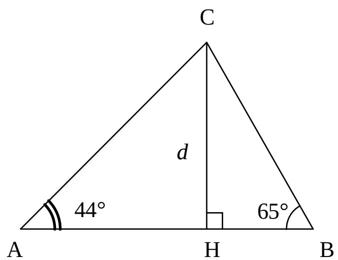
On observe que $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont donc colinéaires et par suite les points I, J, K sont alignés.

V.

Un bateau se trouve à une distance *d*, exprimée en mètres, de la plage.
Le but de l'exercice est de déterminer la distance *d* par le calcul.





Ne rien écrire sur les figures.

1°) Exprimer les distances AH et BH en mètres en fonction de *d*.
On donnera une seule égalité à chaque fois. On attend une expression littérale avec les valeurs exactes.

$$AH=\frac{d}{\tan 44°} \qquad BH=\frac{d}{\tan 65°}$$

2°) En déduire l'expression exacte de *d*.

$$d=\frac{80}{\frac{1}{\tan 44°}+\frac{1}{\tan 65°}} \quad \text{(expression exacte)}$$

On a $\frac{d}{\tan 44°}+\frac{d}{\tan 65°}=80$ d'où $d\left(\frac{1}{\tan 44°}+\frac{1}{\tan 65°}\right)=80$.

On en déduit que $d = \dfrac{80}{\dfrac{1}{\tan 44°} + \dfrac{1}{\tan 65°}}$.

Compléter la phrase la phrase suivante.

D'après la calculatrice, la valeur arrondie de d au dixième est 53,3.

On tape l'expression de d d'un coup sur la calculatrice. On obtient l'affichage 53,2680632.