

QCM d'Olympiades donné par Mme Norotte en ...

1 Quels que soient les réels a, b, c, d vérifiant $a < b$ et $c < d$, on a les inégalités :

- (A) $ab < b^2$
- (B) $\frac{a}{b} < 1$
- (C) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- (D) $\frac{1}{a+c} > \frac{1}{b+c}$, lorsque $a \neq -c$ et $b \neq -d$
- (E) $\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, a\alpha + c\beta < b\alpha + d\beta$

2 La proposition suivante est exacte :

- (A) pour tout $n \in \mathbb{N}$ (n pair entraîne $n(n+1)$ pair)
- (B) pour tout $n \in \mathbb{N}$ ($n(n+1)$ pair entraîne n pair)
- (C) pour tout $n \in \mathbb{N}$ (n^2 pair équivaut à n pair)
- (D) pour tout $n \in \mathbb{N}$ ($n^2 + n \geq 10$ entraîne $n \geq 4$)
- (E) pour tout $n \in \mathbb{N}$ ($n^2 + n \geq 10$ équivaut à $n \geq 4$)

3 Pour tout couple de réels (a, b) , $a < b$ alors :

- (A) $|a| < |b|$
- (B) $|a| < |b|$ ou $|b| < |a|$
- (C) $|a| \leq |b|$
- (D) $|b| \leq |a|$ ou $|b| \geq |a|$
- (E) $a \geq 0$ entraîne $|a| < |b|$

4 Soit le nombre $x = \frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$, alors :

- (A) x est rationnel
- (B) x est négatif
- (C) $x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$
- (D) $x = -\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$
- (E) $x = -\frac{1}{x}$

5 La proposition suivante est exacte :

Le polynôme $x^4 - 3x^2 - 10$ peut s'écrire :

- (A) $(x^2 - 3)(x^2 - 10)$
- (B) $\left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} - 10$
- (C) $(x^2 - 2)(x^3 - 5)$
- (D) $(x^2 + 2)(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$
- (E) $x^2(x^2 - 3x - 10) + 10(x^2 - 1)$

Solution :

1

- (A) Faux
- (B) Faux
- (C) Faux
- (D) Faux
- (E) Vrai

2

(A) Vrai : Posons $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$. $n(n+1) = 2[k(2k+2)]$

(B) Faux :

$\exists n \in \mathbb{N}$ ($n(n+1)$ pair et n impair)

Prenons $n = 3$, 12 est pair et 3 est non pair

(C) Vrai

(D) Faux :

$\exists n \in \mathbb{N}$ ($n^2 + n \geq 10$ et $n < 4$)

Prenons $n = 3, 12 \geq 0$ et $3 < 4$

(E) Faux

3

- (A) Faux
- (B) Faux
- (C) Faux
- (D) Vrai
- (E) Vrai

4

(A) Faux : $x \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ tel que $x = \frac{a}{b}$

- (B) Vrai
- (C) Faux
- (D) Vrai
- (E) Faux

5

- (A) Faux
- (B) Faux
- (C) Faux
- (D) Vrai
- (E) Faux