

Suite de Perrin

François Olivier Raoul Perrin (1841-1910)

I. Définition

La suite de Perrin est la suite (u_n) d'entiers naturels définie par récurrence sur \mathbb{N} par :
 $u_0 = 3, u_1 = 0, u_2 = 2$ et pour tout entier naturel $n \geq 3, u_n = u_{n-2} + u_{n-3}$.

II. Calcul des premiers termes

Les 20 premiers termes sont :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
u_n	3	0	2	3	2	5	5	7	10	12	17	22	29	39	51	68	90	119	158	209

III. Primalité

1°) Théorème (admis sans démonstration)

Si p est un nombre premier, alors p divise u_p .

La démonstration a été faite par Lucas*.

2°) Réciproque

François Olivier Raoul Perrin avait conjecturé la réciproque en 1899. Cependant, le premier contre-exemple d'entier strictement supérieur à 1 a été trouvé en 1980 : il s'agit de 271 441. En effet, 271 441 divise u_{271441} mais $271441 = 521^2$. Le nombre u_{271441} a 33 150 chiffres. Un tel nombre est appelé nombre pseudo-premier de Perrin. Il y en a une infinité.

* Perrin (1899) investigated the sequence and noticed that if n is prime, then $n \mid P(n)$ (i.e., n divides $P(n)$). The first statement of this fact is attributed to É. Lucas in 1876 by Stewart (1996).

Pour aller plus loin :

Voir <http://www.annales.org/archives/x/raoulperrin.html>

Voir les articles de Wikipedia : « Nombre de Perrin » et « Perrin number »