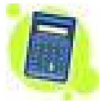
1ère S1

Contrôle du mardi 24 mai 2016 (50 min)



Prénom : ……………………………… **Nom :** ………………………………

Note : …. / 20

I. (3 points : 1°) 2 points ; 2°) 1 point)

Une société fabrique des balles en caoutchouc de deux couleurs : des rouges et des bleues.
La fabrication est automatisée et la machine est réglée à un niveau de 42 % de balles rouges et 58 % de balles bleues, correspondant à la demande du marché.
Un test est fait sur un échantillon de 180 balles prélevées au hasard (le stock est en quantité suffisamment grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage au sort avec remise).

1°) Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence de balles rouges dans un échantillon aléatoire de 180 balles. Aucun détail de la démarche n'est demandé.

Donner les bornes sous la forme $\dfrac{a}{180}$ et $\dfrac{b}{180}$ où a et b sont des entiers naturels.

…………………………….. (une seule réponse sans égalité et sans faire de phrase)

2°) L'échantillon comporte autant de balles rouges que de balles bleues. La machine est-elle déréglée ?
Répondre en utilisant le résultat de la question 1°).

………

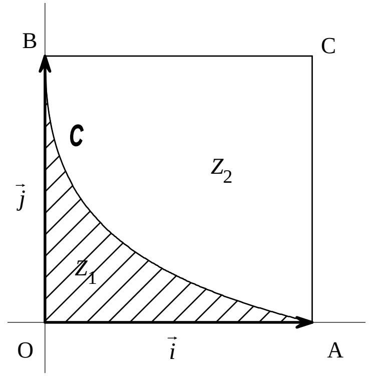
………

………

II. (8 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points ; 3°) a) 2 points ; b) 1 point + 1 point + 1 point)

Le graphique ci-contre représente une cible carrée OACB telle que, dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, la ligne courbe $\mathcal{C}$ reliant le point A au point B est une partie de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

Cette courbe $\mathcal{C}$ partage la cible OACB en deux zones Z_1 et Z_2.
Un jeu consiste à lancer une fléchette qui atteint toujours l'une des zones Z_1 ou Z_2.



(ne rien écrire sur ce graphique)

1°) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur l'écran de la calculatrice (en prenant une fenêtre graphique convenable : par exemple $x \in [0\,;1,2]$ et $y \in [0\,;1,2]$) puis, à l'aide de la commande de la calculatrice permettant de calculer l'aire sous la courbe d'une fonction positive (faire $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{trace}}$ (calculs), choisir 7, puis rentrer 0 comme borne inférieure et 1 comme borne supérieure, appuyer une fois sur $\boxed{\text{entrer}}$; une valeur approchée s'affiche en bas de l'écran), déterminer la valeur arrondie au millième de l'aire de Z_1.

………………………… (un seul résultat, sans égalité)

Dans la suite de l'exercice, on admettra sans démonstration que la valeur exacte de cette aire est égale à $3-4\ln 2$ où ln 2 désigne le logarithme népérien de 2.
La fonction logarithme népérien, notée ln, est une fonction qu'on ne connaît pas en première. Elle sera étudiée l'année prochaine et correspond à la touche $\boxed{\text{ln}}$ de la calculatrice (sur le côté, tout à fait à gauche, troisième touche en partant du bas). La fonction logarithme népérien ne possède pas d'expression algébrique.

2°) Dans cette question, on utilisera la valeur exacte, $3-4\ln 2$, de l'aire de la zone Z_1 et non la valeur approchée.
On lance 350 fléchettes.
Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence de lancers qui atteignent la zone Z_1. Donner les bornes sous forme fractionnaire.

…………………………………… (répondre sans faire de phrase, sans égalité)

Calculer l'amplitude de cet intervalle. Donner le résultat sans écrire d'égalité.

…………………

3°) a) Écrire un système de deux doubles inéquations qui caractérise l'intérieur du carré OACB et un système de deux doubles inéquations qui caractérise Z_1.

OACB $\begin{cases} \text{……………………………} \\ \text{……………………………} \end{cases}$

Z_1 $\begin{cases} \text{……………………………} \\ \text{……………………………} \end{cases}$

b) On désire réaliser un algorithme permettant de simuler n lancers, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1 saisi en entrée. Pour chaque lancer, on note $(x\,;\,y)$ les coordonnées du point d'impact.

L'algorithme affiche en sortie la fréquence de lancers pour lesquels la zone Z_1 est atteinte.

Compléter l'algorithme suivant :

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur 0

Traitement :
Pour i allant de 1 à n **Faire**
  x prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  y prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  z prend la valeur $\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$
  Si y ....
    Alors a prend la valeur ....
  FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher ......

Bonus sur 1 point (à ne traiter à la fin que si tout le reste a été fait et s'il reste du temps) :

Réaliser le programme sur calculatrice puis le faire tourner 8 fois pour $n=100$.
Écrire l'échantillon de taille 8 obtenu (c'est-à-dire donner la liste des 8 fréquences obtenues).

………..

III. (3 points)

• Résoudre l'équation $2\cos x+1=0$ dans l'intervalle $[-2\pi\,;\,2\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $2\cos x+1=0$ dans l'intervalle $[-2\pi\,;\,2\pi]$ est …………………….…….. .

• Résoudre l'équation $\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x=0$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x=0$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$ est …………………….…….. .

• Résoudre l'équation $\sin x\times\cos x=0$ dans l'intervalle $[0\,;\,3\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sin x\times\cos x=0$ dans l'intervalle $[0\,;\,3\pi]$ est …………………….…….. .

IV. (2 points)

• Résoudre l'inéquation $2\sqrt{3}\cos x\leqslant\sqrt{6}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $2\sqrt{3}\cos x\leqslant\sqrt{6}$ dans l'intervalle $[-\pi\,;\,\pi]$ est …………………….…….. .

• Résoudre l'inéquation $\sin x\times\cos x\geqslant 0$ dans l'intervalle $[0\,;\,2\pi]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin x\times\cos x\geqslant 0$ dans l'intervalle $[0\,;\,2\pi]$ est …………………….…….. .

V. (1 point)

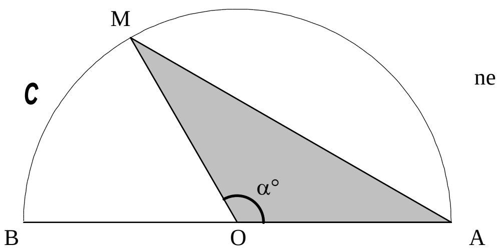
On note α le réel de l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$ tel que $\sin\alpha=0{,}7$.

Au brouillon, tracer un cercle trigonométrique et placer l'image de α.
À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au millième de α.

……………………… (un seul résultat sans égalité)

VI. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

Soit $\mathcal{C}$ un demi-cercle de centre O, de rayon 4 cm et de diamètre [AB].
Soit M un point quelconque de $\mathcal{C}$. On note α la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{AOM}}$ $(0\leqslant\alpha\leqslant 180)$.



ne rien écrire sur la figure

1°) Exprimer l'aire S en cm^2 du triangle AOM en fonction de α.

……………………………………………..… (une seule égalité)

2°) Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de α l'aire du triangle AOM est de $4\ \text{cm}^2$.

……………………………………………………………. (répondre sans faire de phrases)

Corrigé du contrôle du 24-5-2016

I.

Une société fabrique des balles en caoutchouc de deux couleurs : des rouges et des bleues.
La fabrication est automatisée et la machine est réglée à un niveau de 42 % de balles rouges et 58 % de balles bleues, correspondant à la demande du marché.
Un test est fait sur un échantillon de 180 balles prélevées au hasard (le stock est en quantité suffisamment grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage au sort avec remise).

1°) Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence de balles rouges dans un échantillon aléatoire de 180 balles. Aucun détail de la démarche n'est demandé.

Donner les bornes sous la forme $\dfrac{a}{180}$ et $\dfrac{b}{180}$ où a et b sont des entiers naturels.

$\left[\dfrac{63}{180}\,;\dfrac{89}{180}\right]$ (une seule réponse sans égalité et sans faire de phrase)

1ère méthode :

On note T une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n=180$ et $p=0,42$.

On cherche :

- le plus petit entier naturel a tel que $P(\mathrm{T}\leqslant a)>0,025$;
- le plus petit entier naturel b tel que $P(\mathrm{T}\leqslant b)\geqslant 0,975$.

Autre manière de rédiger :

On note F la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n=180$ et $p=0,42$.

On cherche :

- le plus petit entier naturel a tel que $\mathrm{F}(a)>0,025$;
- le plus petit entier naturel b tel que $\mathrm{F}(b)\geqslant 0,975$.

Sur la calculatrice, on rentre la fonction : $\mathrm{Y1}=\mathrm{binomFRép}(180,0.42,\mathrm{X})$.
On définit un pas de table de 1 et $\mathrm{Xmin}=0$.
On trouve $a=63$ et $b=89$.

2e méthode :

On utilise la commande invBinom((faire $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{var}}$ (distrib).

Aire : 0.025	Aire : 0.975
nbreEssais : 180	nbreEssais : 180
p : 0.42	p : 0.42
coller	coller
invBinom(0.025,180,0.42) puis $\boxed{\text{entrer}}$	invBinom(0.975,180,0.42) puis $\boxed{\text{entrer}}$
On trouve 63.	On trouve 89.

Vérifications :

① On a : $\dfrac{63}{180}=0,35$ et $\dfrac{89}{180}=0,4944...$. On constate que la valeur de p (ici 0,42) appartient bien à l'intervalle de fluctuation.
Cet intervalle n'est pas centré en p mais ce n'est pas grave.

② On vérifie que $P(63\leqslant \mathrm{T}\leqslant 89)$ est voisine de 0,95, légèrement supérieure.

On a $P(63\leqslant \mathrm{T}\leqslant 89)=P(\mathrm{T}\leqslant 89)-P(\mathrm{T}\leqslant 62)$

Avec la calculatrice, on obtient : $P(63\leqslant \mathrm{T}\leqslant 89)=0,958520712...$

2°) L'échantillon comporte autant de balles rouges que de balles bleues. La machine est-elle déréglée ?
Répondre en utilisant le résultat de la question 1°).

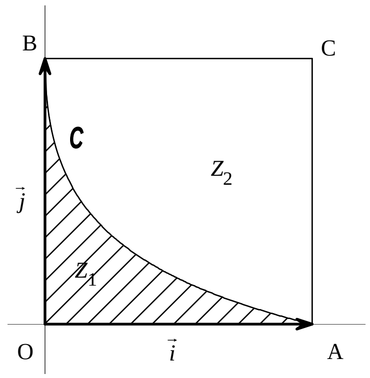
La fréquence observée de balles rouges dans l'échantillon est $f=\dfrac{90}{180}$ (soit $f=0,5$).

Comme $f\notin\left[\dfrac{63}{180}\,;\dfrac{89}{180}\right]$, on peut penser que la machine est déréglée au seuil de 95 %.

II.

Le graphique ci-contre représente une cible carrée OACB telle que, dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$, la ligne courbe $\mathcal{C}$ reliant le point A au point B est une partie de la courbe représentative de la fonction $f: x\mapsto \dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

Cette courbe $\mathcal{C}$ partage la cible OACB en deux zones Z_1 et Z_2.
Un jeu consiste à lancer une fléchette qui atteint toujours l'une des zones Z_1 ou Z_2.



(ne rien écrire sur ce graphique)

Il s'agit d'un exercice sur la méthode de Monte-Carlo.

1°) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur l'écran de la calculatrice (en prenant une fenêtre graphique convenable : par exemple $x \in [0\,;1,2]$ et $y \in [0\,;1,2]$) puis, à l'aide de la commande de la calculatrice permettant de calculer l'aire sous la courbe d'une fonction positive (faire $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{trace}}$ (calculs), choisir 7, puis rentrer 0 comme borne inférieure et 1 comme borne supérieure, appuyer une fois sur $\boxed{\text{entrer}}$; une valeur approchée s'affiche en bas de l'écran), déterminer la valeur arrondie au millième de l'aire de Z_1.

0,227 (un seul résultat, sans égalité)

Grâce à la calculatrice, en utilisant la touche $\boxed{\ln}$, on vérifie que cette valeur est cohérente avec la valeur exacte qui est donnée dans la suite ($3-4\ln 2$).

De manière à avoir un repère à peu près orthonormé, une bonne fenêtre graphique peut être :

$\text{X min} = -0,2$
$\text{X max} = 2$
$\text{Xgrad} = 1$
$\text{Y min} = -0,2$
$\text{Y max} = 1,2$
$\text{Ygrad} = 1$

Dans la suite de l'exercice, on admettra sans démonstration que la valeur exacte de cette aire est égale à $3-4\ln 2$ où ln 2 désigne le logarithme népérien de 2.
La fonction logarithme népérien, notée ln, est une fonction qu'on ne connaît pas en première. Elle sera étudiée l'année prochaine et correspond à la touche $\boxed{\ln}$ de la calculatrice (sur le côté, tout à fait à gauche, troisième touche en partant du bas). La fonction logarithme népérien ne possède pas d'expression algébrique.

2°) Dans cette question, on utilisera la valeur exacte, $3-4\ln 2$, de l'aire de la zone Z_1 et non la valeur approchée.
On lance 350 fléchettes.
Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence de lancers qui atteignent la zone Z_1. Donner les bornes sous forme fractionnaire.

$\left[\dfrac{64}{350}\,;\dfrac{95}{350}\right]$ (répondre sans faire de phrase, sans égalité)

La probabilité d'atteindre la zone Z_1 en un lancer est égale à $p = \dfrac{\text{aire de } Z_1}{\text{aire de OACB}} = \dfrac{3-4\ln 2}{1} = 3-4\ln 2$.
On utilise la loi binomiale de paramètres $n = 350$ et $p = 3-4\ln 2$.

Remarque : Le nombre ln 2 est irrationnel (résultat admis) donc p est un nombre irrationnel.

1ère méthode :

On note T une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 350$ et $p = 3-4\ln 2$.

On cherche :

- le plus petit entier naturel a tel que $P(\text{T} \leqslant a) > 0,025$;
- le plus petit entier naturel b tel que $P(\text{T} \leqslant b) \geqslant 0,975$.

Autre manière de rédiger :

On note F la fonction de répartition d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 350$ et $p = 3-4\ln 2$.

On cherche :

- le plus petit entier naturel a tel que $\text{F}(a) > 0,025$;
- le plus petit entier naturel b tel que $\text{F}(b) \geqslant 0,975$.

Sur la calculatrice, on rentre la fonction : $\text{Y1} = \text{binomFRép}(350, 3-4\ln 2, \text{X})$.
On définit un pas de table de 1 et $\text{Xmin} = 0$.
On trouve $a = 64$ et $b = 95$.

X	Y1
63	0,0181
64	0,025
65	0,0339

X	Y1
94	0,9695
95	0,97703
96	0,98292

Tableau de gauche :

Pour $\text{X} = 64$, la valeur 0,025 est-elle exacte ou non ?
Il faut avoir le réflexe de se déplacer avec la flèche de déplacement horizontale vers la droite de manière à obtenir plus de précision sur cette valeur.

On voit apparaître en bas de l'écran $\text{Y1} = 0,02500275093294$.
Autrement dit, ça passe tout juste pour $\text{X} = 64$.

Tableau de droite :

Avec la même méthode, pour $\text{X} = 95$, on obtient en bas de l'écran $\text{Y1} = 0,977029516448$.

2e méthode :

On utilise la commande invBinom((faire $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{var}}$ (distrib).

Aire : 0.025
nbreEssais : 350
p : $3-4\ln 2$
coller
invBinom(0.025,350,$3-4\ln 2$) puis $\boxed{\text{entrer}}$
On trouve 64.

Aire : 0.975
nbreEssais : 180
p : $3-4\ln 2$
coller
invBinom(0.975,350, $3-4\ln 2$) puis $\boxed{\text{entrer}}$
On trouve 95.

Vérifications :

① On a : $\dfrac{64}{350}=0{,}182857142...$ et $\dfrac{95}{350}=0{,}271428571...$. On constate que la valeur de p (ici $3-4\ln 2$) appartient bien à l'intervalle de fluctuation.
Cet intervalle n'est pas centré en p mais ce n'est pas grave.

② On vérifie $P(64\leqslant \text{T}\leqslant 95)$ est voisine de 0,95, en étant légèrement supérieure.

Calculer l'amplitude de cet intervalle. Donner le résultat sans écrire d'égalité.

$$\frac{31}{350}$$

Rappel : L'amplitude d'un intervalle ou sa longueur est égale à la différence entre la borne de droite et la borne de gauche.

3°) a) Écrire un système de deux doubles inéquations qui caractérise l'intérieur du carré OACB et un système de deux doubles inéquations qui caractérise Z_1.

$$\text{OACB}\ \begin{cases}0\leqslant x\leqslant 1\\ 0\leqslant y\leqslant 1\end{cases} \qquad\qquad Z_1\ \begin{cases}0\leqslant x\leqslant 1\\ 0\leqslant y\leqslant \dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\end{cases}$$

Les points du carré OACB sont caractérisés par le fait que leur abscisse et leur ordonné est comprise entre 0 et 1.

Les points de la zone Z_1 sont caractérisés par le fait que leur abscisse est comprise entre 0 et 1 et leur ordonnée est comprise entre 0 et $f(x)$.

b) On désire réaliser un algorithme permettant de simuler n lancers, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1 saisi en entrée. Pour chaque lancer, on note $(x\,;y)$ les coordonnées du point d'impact.
L'algorithme affiche en sortie la fréquence de lancers pour lesquels la zone Z_1 est atteinte.

Compléter l'algorithme suivant :

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur 0

Traitement :
Pour i entier naturel allant de 1 à n **Faire**
  x prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  y prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  z prend la valeur $\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$
  Si $y\leqslant z$
    Alors a prend la valeur $a+1$
  FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher $\dfrac{a}{n}$

Bonus sur 1 point (à ne traiter à la fin que si tout le reste a été fait et s'il reste du temps) :

Réaliser le programme sur calculatrice puis le faire tourner 8 fois pour $n=100$.
Écrire l'échantillon de taille 8 obtenu (c'est-à-dire donner la liste des 8 fréquences obtenues).

0,27 ; 0,22 ; 0,18 ; 0,18 ; 0,25 ; 0,19 ; 0,24 ; 0,23 (réponses données par Katell Gourlet, seule élève qui a fait le bonus)

Programme utilisé pour répondre à la question :

```
: Prompt N
: 0 → A
: For(I,1,N)
: NbrAléat → X
: NbrAléat → Y
: (1−√X)/(1+√X) → Z
: If Y ⩽ Z
: Then
:  A+1 → A
: End
: End
: Disp A/N
```

III.

• Résoudre l'équation $2\cos x+1=0$ dans l'intervalle $\left[-2\pi\,;\,2\pi\right]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $2\cos x+1=0$ dans l'intervalle $\left[-2\pi\,;\,2\pi\right]$ est $\left\{-\frac{4\pi}{3}\,;-\frac{2\pi}{3}\,;\frac{2\pi}{3}\,;\frac{4\pi}{3}\right\}$.

On transforme l'équation donnée.

$2\cos x+1=0 \Leftrightarrow \cos x=-\frac{1}{2}$

On trace un cercle trigonométrique au brouillon.
On place les points du cercle trigonométrique dont l'abscisse est égale à $-\frac{1}{2}$ ($-\frac{1}{2}$ est une valeur remarquable du cosinus). On trouve deux points.
On cherche les réels de l'intervalle $\left[-2\pi\,;\,2\pi\right]$ (donné dans l'énoncé) qui correspondent à ces points.
Il est conseillé dans un premier temps d'effectuer le trajet de -2π à 2π avec le doigt.

• Résoudre l'équation $\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x=0$ dans l'intervalle $\left[-\pi\,;\,\pi\right]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x=0$ dans l'intervalle $\left[-\pi\,;\,\pi\right]$ est $\left\{\frac{\pi}{2}\,;-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{4}\,;-\frac{\pi}{4}\right\}$.

• Résoudre l'équation $\sin x\times\cos x=0$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,3\pi\right]$.

L'ensemble des solutions de l'équation $\sin x\times\cos x=0$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,3\pi\right]$ est $\left\{0\,;\frac{\pi}{2}\,;\pi\,;\frac{3\pi}{2}\,;2\pi\,;\frac{5\pi}{2}\,;3\pi\right\}$.

Commentaires :

• L'équation $\sqrt{2}\cos^2 x-\cos x=0$ est successivement équivalente à :

$\cos x\left(\sqrt{2}\cos x-1\right)=0$ (équation produit-nul)
$\cos x=0$ ou $\sqrt{2}\cos x-1=0$

On résout chaque équation séparément.

L'équation $\cos x=0$ se résout immédiatement.

L'équation $\sqrt{2}\cos x-1=0$ doit être transformée en $\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ est une valeur remarquable du cosinus (on peut écrire $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ mais mieux vaut rester avec $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et savoir que c'est une valeur remarquable du cosinus et du sinus).

• L'équation $\sin x\times\cos x=0$ est équivalente à $\sin x=0$ ou $\cos x=0$.
On résout chaque équation séparément.

IV.

• Résoudre l'inéquation $2\sqrt{3}\cos x\leqslant\sqrt{6}$ dans l'intervalle $\left[-\pi\,;\,\pi\right]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $2\sqrt{3}\cos x\leqslant\sqrt{6}$ dans l'intervalle $\left[-\pi\,;\,\pi\right]$ est $\left[-\pi\,;-\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{\pi}{4}\,;\pi\right]$.

• Résoudre l'inéquation $\sin x\times\cos x\geqslant 0$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,2\pi\right]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin x\times\cos x\geqslant 0$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,2\pi\right]$ est $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\pi\,;\frac{3\pi}{2}\right]\cup\left\{2\pi\right\}$.

Commentaires :

• L'inéquation $2\sqrt{3}\cos x\leqslant\sqrt{6}$ est équivalente à $\cos x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$.

• L'inéquation $\sin x\times\cos x\geqslant 0$ est équivalente au système $\begin{cases}\cos x\geqslant 0\\ \sin x\geqslant 0\end{cases}$ ou $\begin{cases}\cos x\leqslant 0\\ \sin x\leqslant 0\end{cases}$.
On résout chaque système séparément.

L'ensemble des solutions du système $\begin{cases}\cos x\geqslant 0\\ \sin x\geqslant 0\end{cases}$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,2\pi\right]$ est $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]\cup\left\{\pi\,;\frac{3\pi}{2}\,;2\pi\right\}$.

L'ensemble des solutions du système $\begin{cases}\cos x\leqslant 0\\ \sin x\leqslant 0\end{cases}$ dans l'intervalle $\left[0\,;\,2\pi\right]$ est $\left[\pi\,;\frac{3\pi}{2}\right]\cup\left\{0\,;\frac{\pi}{2}\,;2\pi\right\}$.

On fait la réunion des deux ensembles de solutions.

Il est éventuellement possible de faire un tableau de signes.

V.

On note α le réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$ tel que $\sin\alpha=0,7$.

Au brouillon, tracer un cercle trigonométrique et placer l'image de α.
À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur arrondie au millième de α.

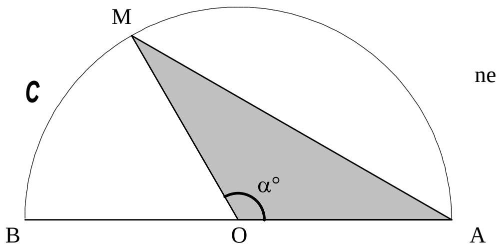
2,366 (un seul résultat sans égalité)

On tape $\alpha=\pi-\text{Arcsin}\,0,7$. Avec la calculatrice mise en mode radian, on obtient l'affichage : 2,366195157.

VI.

Soit $\mathcal{C}$ un demi-cercle de centre O, de rayon 4 cm et de diamètre $[AB]$.

Soit M un point quelconque de $\mathcal{C}$. On note α la mesure en degrés de l'angle $\widehat{AOM}$ $(0 \leqslant \alpha \leqslant 180)$.



ne rien écrire sur la figure

1°) Exprimer l'aire S en cm^2 du triangle AOM en fonction de α.

$S = 8\sin\alpha°$ (une seule égalité)

On utilise la formule donnant l'aire d'un triangle.

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2}\times OA \times OM \times \sin\widehat{AOM} \\
&= \frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin\alpha° \\
&= 8\sin\alpha°
\end{aligned}
$$

2°) Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de α l'aire du triangle AOM est de $4\ cm^2$.

30 ; 150 (répondre sans faire de phrases)

On cherche pour quelles valeurs de α on a : $S = 4 \quad (1)$.

$$
\begin{aligned}
(1) &\Leftrightarrow \sin\alpha° = \frac{1}{2} \\
&\Leftrightarrow \alpha = 30 \text{ ou } \alpha = 150
\end{aligned}
$$

On utilise un cercle trigonométrique sachant que $0 \leqslant \alpha \leqslant 180$.
Il est inutile de repasser en radians.

Attention, on n'écrit pas $\alpha = 30°$ ou $\alpha = 150°$.