

# Bases de numération

## Théorème :

$b$  est un entier naturel donné tel que  $b \geq 2$ .

Alors tout entier naturel  $N$  non nul s'écrit de manière unique sous la forme :

$$N = r_n b^n + r_{n-1} b^{n-1} + \dots + r_1 b + r_0 \quad (1)$$

avec pour tout  $i$  compris entre 0 et  $n$  (au sens large),  $0 \leq r_i < b$  et  $r_i \in \mathbb{N}$ .

On dit que (1) est l'écriture en base  $b$  de  $N$ .

On écrit  $N = \overline{r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0}^{(b)}$ .

## Conseil :

Le trait de surlignement permet de distinguer les nombres écrits en base  $b$  du produit  $r_n \times r_{n-1} \times \dots \times r_2 \times r_1 \times r_0$ .

## Remarque :

Les principaux systèmes utilisés en informatique sont le **système binaire** (base 2) où l'écriture d'un nombre n'utilise que le 1 et le 0, et le **système hexadécimal** (base 16).

## Algorithmique et programmation :

Algorithme de changement de base d'un nombre  $n$  en base  $b$  :

### Langage naturel simplifié :

Version claire mais pas directement opérationnelle :

#### Entrées :

Saisir  $b$  et  $n$

#### Initialisation :

Affecter la valeur 1 à  $q$

#### Traitement et sorties :

##### Tantque $q > 0$ Faire

$q$  prend la valeur du quotient de la division euclidienne de  $n$  par  $b$

$r$  prend la valeur du reste de la division euclidienne de  $n$  par  $b$

Afficher  $r$

$n$  prend la valeur de  $q$

##### FinTantque

Version directement opérationnelle :

#### Entrées :

Saisir  $b$  et  $n$

#### Initialisation :

Affecter la valeur 1 à  $q$

#### Traitement et sorties :

##### Tantque $q > 0$ Faire

$q$  prend la valeur de la partie entière de  $n/b$

$r$  prend la valeur  $n - qb$

Afficher  $r$

$n$  prend la valeur de  $q$

##### FinTantque

### Langage naturel avancé (utilisation d'une liste) :

#### Entrées :

Saisir  $b$  et  $n$

#### Initialisation :

Affecter l'unique valeur 0 à la liste L

#### Traitement :

##### Tantque $n > 0$ Faire

Ajouter le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $b$  à gauche de la liste L

Affecter à  $n$  le quotient de la division euclidienne de  $n$  par  $b$

##### FinTantque

Supprimer la dernière valeur de la liste L

#### Sortie :

Afficher L

### Programmes sur calculatrice TI :

#### Programme simplifié :

: Prompt B, N

: 1  $\rightarrow$  Q

: While Q > 0

: Int(N/B)  $\rightarrow$  Q

: N - Q \* B  $\rightarrow$  R

: Disp R

: Q  $\rightarrow$  N

: End

#### Programme avancé : affichage dans une liste

: Prompt B, N

: {0}  $\rightarrow$  L1

: While N > 0

: augment({remainder(N,B)},L1)  $\rightarrow$  L1

: Int(N/B)  $\rightarrow$  N

: End

: dim(L1) - 1  $\rightarrow$  dim(L1)

: Disp L1

# Exercices

1. Écrire en base 8 les nombre entiers de 1 à 20.

*Solution :*

- $1 = \overline{1}^8$
- $2 = \overline{2}^8$
- $3 = \overline{3}^8$
- $4 = \overline{4}^8$
- $5 = \overline{5}^8$
- $6 = \overline{6}^8$
- $7 = \overline{7}^8$
- $8 = \overline{10}^8$  (car  $8 = 1 \times 8 + 0$ )
- $9 = \overline{11}^8$
- $10 = \overline{12}^8$
- $11 = \overline{13}^8$
- $12 = \overline{14}^8$
- $13 = \overline{15}^8$
- $14 = \overline{16}^8$
- $15 = \overline{17}^8$
- $16 = \overline{20}^8$
- $17 = \overline{21}^8$
- $18 = \overline{22}^8$
- $19 = \overline{23}^8$
- $20 = \overline{24}^8$

2. Écrire 2014 en base 3 et en base 5.

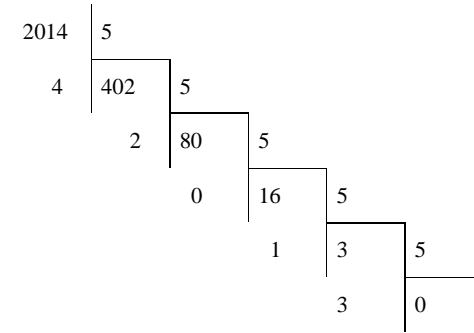
*Solution :*

• Décomposer 2014 en base 3.

- $2014 = 3 \times 671 + 1$
- $671 = 3 \times 223 + 2$
- $223 = 3 \times 74 + 1$
- $74 = 3 \times 24 + 2$
- $24 = 3 \times 8 + 0$
- $8 = 3 \times 2 + 2$
- $2 = 3 \times 0 + 2$

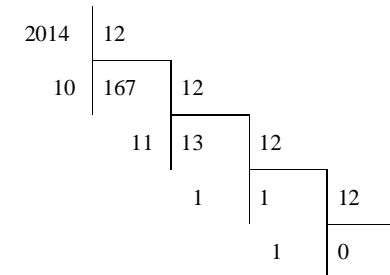
$$2014 = \overline{2202121}^3$$

• Décomposer 2014 en base 5.



$$2014 = \overline{31024}^5$$

3. En base 12, on utilise les chiffres 0, 1 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,  $\alpha$ ,  $\beta$ . Écrire 2014 en base 12.



On se sert donc du reste de la division euclidienne successive des quotients du nombre 2014 puis on aligne les restes sauf le dernier lorsque le nombre à diviser devient inférieur au diviseur.

Pour mettre en base supérieur à 10, c'est la même méthode sauf que l'on remplacera les restes à deux chiffres avec des lettres ( $\alpha$  (10),  $\beta$  (11), etc...).