

**Contrôle du mardi 19 janvier 2016
(30 minutes)**



Prénom et nom :

Note : / 20

I. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

Chaque jour, Alice et Bernard tirent au sort pour savoir qui va faire la vaisselle. Pour cela, ils utilisent une pièce. Si le résultat est « Pile », Alice fait la vaisselle ; sinon c'est Bernard qui fait la vaisselle. Alice a fourni la pièce en

question : celle-ci a une probabilité de $\frac{2}{3}$ de tomber sur « Face ».

On s'intéresse à la répartition des tours de vaisselle durant quatre jours consécutifs. On donnera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles (on pensera à simplifier lorsque c'est nécessaire).

1°) Calculer la probabilité que ce soit la même personne qui ait fait la vaisselle durant ces quatre jours.

..... (un seul résultat, sans égalité)

2°) Calculer la probabilité qu'il y ait eu une juste répartition des tâches durant ces quatre jours.

..... (un seul résultat, sans égalité)

II. (6 points : 1°) 3 points ; 2°) 3 points)

On considère un dé cubique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Les probabilités d'obtenir chaque face en un lancer sont données dans le tableau ci-dessous.

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1

On lance n fois ($n \geq 2$) le dé.

1°) Exprimer en fonction de n la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois un numéro pair.

$p_n = \dots\dots\dots$ (un seul résultat)

2°) À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geq 0,999$.

..... (un seul résultat, sans égalité)

III. (6 points : 1°) 3 points ; 2°) 3 points)

Une urne contient 4 boules noires et n boules blanches (n est un entier naturel supérieur ou égal à 1). On tire au hasard deux boules successivement avec remise. Aucun détail n'est demandé. On ne développera pas les dénominateurs.

1°) Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

..... (un seul résultat, sans égalité)

2°) Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur.

..... (un seul résultat, sans égalité)

IV. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes en septembre 2015 et accueille pour sa première rentrée en septembre 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif* et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.

* Il s'agit du nouvel effectif à chaque fois.

1°) Calculer « à la main » le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2016.

Donner le résultat dans l'encadré et présenter le calcul correspondant sur les lignes suivantes.

..... (un seul résultat, sans égalité)
--

.....

.....

.....

2°) À l'aide de la commande « rép » de la calculatrice, calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2020. On arrondira le résultat à l'unité.

..... (un seul résultat, sans égalité)
--

Corrigé du contrôle du 19-1-2016

I.

Chaque jour, Alice et Bernard tirent au sort pour savoir qui va faire la vaisselle. Pour cela, ils utilisent une pièce. Si le résultat est « Pile », Alice fait la vaisselle ; sinon c'est Bernard qui fait la vaisselle. Alice a fourni la pièce en

question : celle-ci a une probabilité de $\frac{2}{3}$ de tomber sur « Face ».

On s'intéresse à la répartition des tours de vaisselle durant quatre jours consécutifs.

On donnera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles (on pensera à simplifier lorsque c'est nécessaire).

1°) Calculer la probabilité que ce soit la même personne qui ait fait la vaisselle durant ces quatre jours.

$$\frac{17}{81} \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

On dresse un arbre de probabilités.

La probabilité cherchée est égale à la somme des probabilités des événements suivants :
« Alice fait la vaisselle durant les quatre jours » et « Bernard fait la vaisselle durant les quatre jours ».

$$p = P(A-A-A-A) + P(B-B-B-B) = \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{17}{81}$$

2°) Calculer la probabilité qu'il y ait eu une juste répartition des tâches durant ces quatre jours.

$$\frac{8}{27} \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

On cherche dans l'arbre les chemins pour lesquels Alice et Bernard font la vaisselle deux fois.
On trouve six chemins. Chaque chemin a la même probabilité.

$$p' = 6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

II.

On considère un dé cubique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Les probabilités d'obtenir chaque face en un lancer sont données dans le tableau ci-dessous.

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1

On lance n fois ($n \geq 2$) le dé.

1°) Exprimer en fonction de n la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois un numéro pair.

$$p_n = 1 - 0,7^n \text{ (un seul résultat)}$$

En effet, la probabilité d'obtenir un numéro impair est égale à 0,7.

2°) À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $p_n \geq 0,999$.

$$20 \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

Il s'agit de la détermination d'une valeur seuil.

III.

Une urne contient 4 boules noires et n boules blanches (n est un entier naturel supérieur ou égal à 1). On tire au hasard deux boules successivement avec remise.

Aucun détail n'est demandé. On ne développera pas les dénominateurs.

1°) Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

$$\frac{8n}{(n+4)^2} \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

2°) Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur.

$$\frac{16+n^2}{(n+4)^2} \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

IV.

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes en septembre 2015 et accueille pour sa première rentrée en septembre 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif* et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.

* Il s'agit du nouvel effectif à chaque fois.

1°) Calculer « à la main » le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2016.
Donner le résultat dans l'encadré et présenter le calcul correspondant sur les lignes suivantes.

$$650 \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$

$$1 - \frac{30}{100} = 0,7$$

$$500 \times 0,7 + 300 = 350 + 300 = 650$$

2°) À l'aide de la commande « rép » de la calculatrice, calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2020. On arrondira le résultat à l'unité.

$$916 \text{ (un seul résultat, sans égalité)}$$