$1^{\text{ère}}$ **S1**

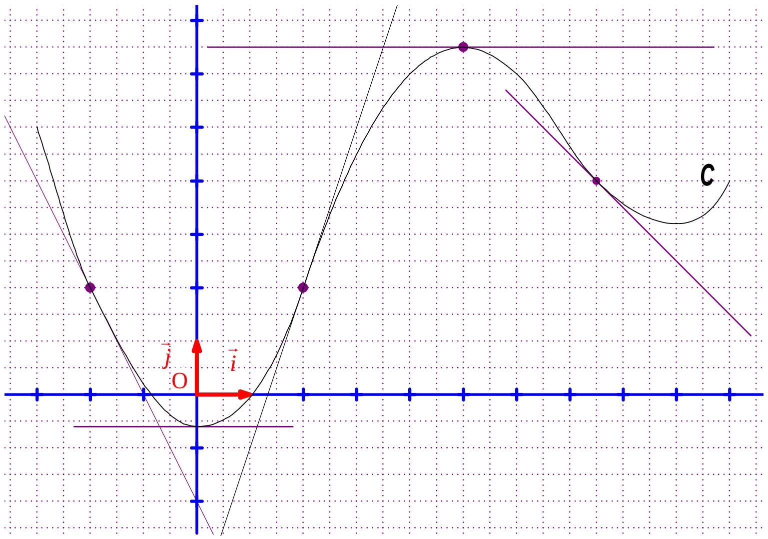
Contrôle du mardi 8 décembre 2015 (30 minutes)

Prénom et nom : ……………………….………….

Note : ….. / 20

I. (5 points)

On donne sur le graphique ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On précise que la courbe $\mathcal{C}$ passe par les points de coordonnées $(-2\,;2)$, $(0\,;-0{,}6)$, $(2\,;2)$, $\left(5\,;\dfrac{13}{2}\right)$, $\left(\dfrac{15}{2}\,;4\right)$ et admet en chacun de ces points une tangente tracée sur le graphique.



Lire graphiquement les valeurs de $f'(-2)$, $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(5)$, $f'\left(\dfrac{15}{2}\right)$.

$f'(-2) =$ ………… $f'(0) =$ ………… $f'(2) =$ ………… $f'(5) =$ ………… $f'\left(\dfrac{15}{2}\right) =$ …………

II. (9 points 1°) 2 points + 1 point + 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2}{1-x}$ et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°)

Calculer $f(3+h) - f(3)$ où h un réel différent de – 2.
On donnera le résultat sous la forme d'un seul quotient.

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

Calculer $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$ où h un réel différent de 0 et de – 2.
On donnera le résultat sous la forme d'un seul quotient simplifié.

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

Compléter par un nombre la phrase suivante :

Lorsque h tend vers 0, le quotient $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$ sous forme simplifiée tend vers …… .

En déduire que f est dérivable en 3 et donner le nombre dérivé de f en 3. On répondra par une phrase.

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

…..……………………………………………………………………………………………………

Vérifier la valeur du nombre dérivé de f en 3 sur la calculatrice.

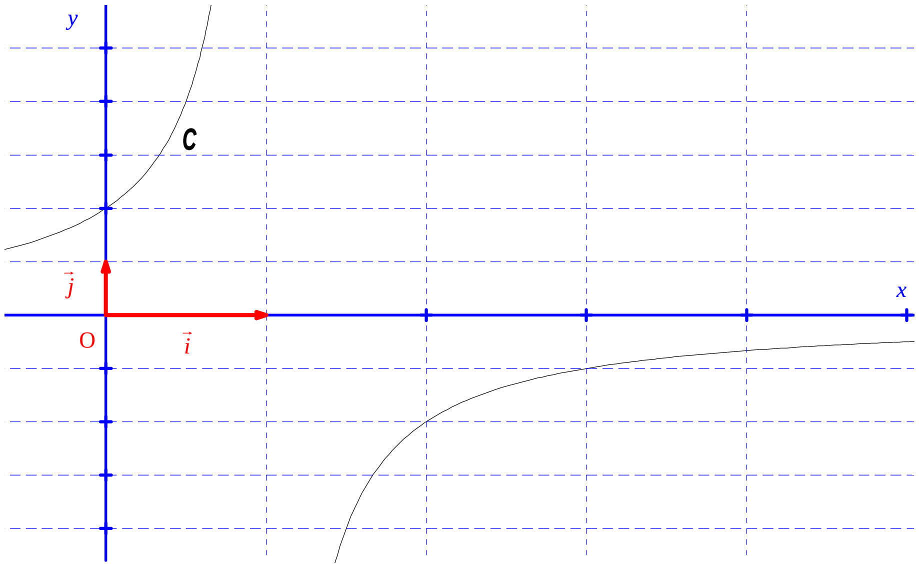
2°) Soit A le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 3. On note T la tangente à $\mathcal{C}$ au point A.

Recopier et compléter la phrase permettant de définir T :

« T est la droite passant par … et de coefficient directeur … . »

………

3°) On donne la courbe $\mathcal{C}$ sur le graphique ci-dessous.
Placer le point A et tracer la tangente T en A à $\mathcal{C}$ en rouge. Écrire le nom de cette tangente.



III. (2 points)

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;0]$ et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.
On sait que :

- $f(-1) = 4$
- f est dérivable en 3 et que $f'(-1) = 3$.

Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse – 1.

……………………………………………… (une seule réponse)

IV. (2 points)

Un automobiliste roule d'abord à 90 km/h pendant deux heures, puis roule à 120 km/h.
On veut élaborer un algorithme donnant la distance qu'il a parcourue, en kilomètres, au bout d'un temps t (exprimé en heures).
Compléter l'algorithme ci-dessous en langage naturel. On notera d la variable égale à la distance parcourue par l'automobiliste, en kilomètres, au bout d'un temps t.

Entrée :

Traitement :

Sortie :

V. (2 points)

Les nombres $\frac{2015\pi}{3}$ et $-\frac{301\pi}{3}$ sont-ils deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs ?
Justifier succinctement.

………

………

………

………

………

………

………

Petite correction :

Dans l'exercice **II**, le verbe « calculer » doit plutôt être remplacé par le verbe « exprimer » :

1°) Soit h un réel différent de – 2.
Exprimer $f(3+h)-f(3)$ en fonction de h.
On donnera le résultat sous la forme d'un seul quotient.

2°) Soit h un réel différent de 0 et de – 2.
Exprimer $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$ (taux de variation de f entre 3 et $3+h$) en fonction de h.
On donnera le résultat sous la forme d'un seul quotient simplifié.

Corrigé du contrôle du 8-12-2015

I.

$f'(-2)=-2$ $f'(0)=0$ $f'(2)=3$ $f'(5)=0$ $f'\left(\frac{15}{2}\right)=-1$

II.

1°)

$f(3)=-1$

$f(3+h)=\frac{2}{1-(3+h)}=\frac{2}{-2-h}$

$$f(3+h)-f(3)=\frac{2}{-2-h}+1$$

$$=\frac{2-2-h}{-2-h}$$

$$=-\frac{h}{-2-h}$$

$$=\frac{h}{2+h}$$ (attention, le quotient n'est pas simplifiable)

$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\frac{\frac{\cancel{h}}{2+h}}{\cancel{h}}$$

$$=\frac{1}{2+h}$$

$\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ est le taux de variation de f entre 3 et $3+h$.

La question aurait pu être « Exprimer le taux de variation de f entre 3 et $3+h$ en fonction de h ».

Lorsque h tend vers 0, le quotient $\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ sous forme simplifiée tend vers $\frac{1}{2}$.

Comme le résultat de cette limite est fini, f est dérivable en 3 et le nombre dérivé de f en 3 est égal à $\frac{1}{2}$.

J'aurais dû dire aux élèves de faire très attention à la présentation des calculs.

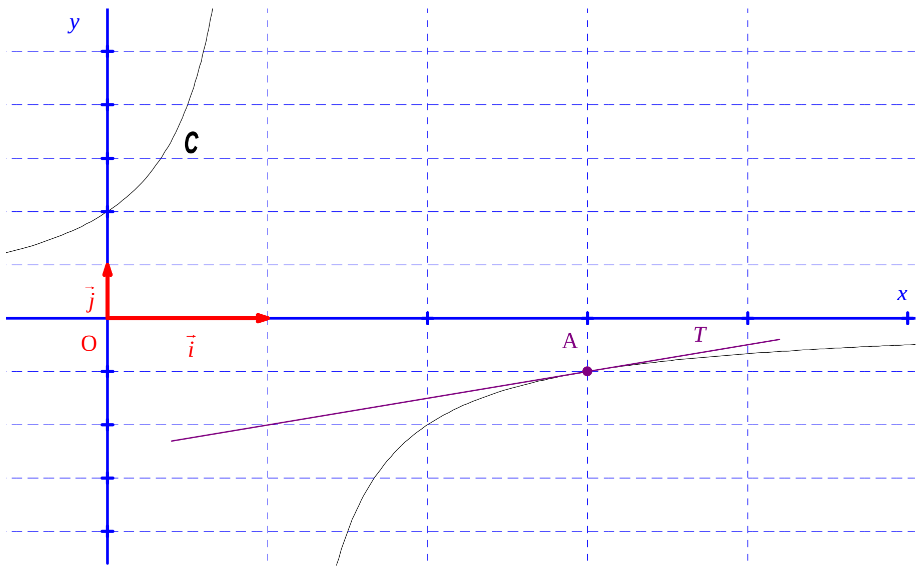
J'aurais pu faire une rédaction à trous pour cette dernière question :

« Le résultat de cette limite est … . Donc f est dérivable en … et le nombre dérivé de f en … est … . »

2°)

T est la droite passant par A et de coefficient directeur $\frac{1}{2}$.

3°) On donne la courbe $\mathcal{C}$ sur le graphique ci-dessous.
Placer le point A et tracer la tangente T en A à $\mathcal{C}$ en rouge. Écrire le nom de cette tangente.



III.

$$y=3x+7$$

[la formule du cours donne : $y=3(x+1)+4$]

IV.

Entrée :
Saisir t

Traitement :
Si $t \leqslant 2$
  Alors d prend la valeur $90t$
  Sinon
  d prend la valeur $180+120(t-2)$ (ou $120t-60$)
FinSi

Sortie :
Afficher d

Commentaires :

• On utilise l'égalité $\text{distance} = \text{vitesse} \times \text{temps}$.

• Dans la formule $180+120(t-2)$, le nombre 180 correspond à la distance parcourue en kilomètres pendant les deux premières heures.

Beaucoup d'élèves doivent revoir les règles de syntaxe usuelles pour la rédaction d'un algorithme en langage naturel.
J'ai constaté en effet qu'un certain nombre d'élèves ignorait encore la rédaction d'une **instruction d'affectation** (« *a* prend la valeur … »).
De même, j'avais dit que pour plus de lisibilité dans une alternative complète en « Si … Alors … Sinon … FinSi » on utilise une **barre d'indentation**. Malheureusement, l'oubli a été assez général.

V.

La méthode la plus simple consiste à utiliser la propriété suivante du cours (qui est un corollaire d'une autre).

x et y sont deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs si et seulement si $x-y$ est un multiple entier de 2π c'est-à-dire $x-y=2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

$$\frac{2015\pi}{3}-\left(-\frac{301\pi}{3}\right)=772\pi=2\times386\pi$$

$386 \in \mathbb{Z}$ donc $\frac{2015\pi}{3}$ et $-\frac{301\pi}{3}$ sont deux mesures en radians d'un même angle orienté de vecteurs.

On utilise le sens suivant de l'équivalence du corollaire.

Si x et y sont deux réels tels que $x-y=2k\pi$ où k est un entier relatif, alors x et y sont deux mesures en radians d'un même angle orienté.

J'aurais dû dire aux élèves de faire très attention à la présentation des calculs.