TS1

Contrôle du mardi 3 novembre 2015 (50 minutes)

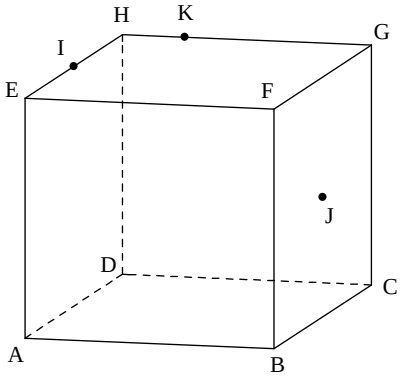
Prénom et nom : ……..……

Note : …….. / 20

I. (8 points : 1°) 3 points ; 2°) 2 points ; 3°) 1 point ; 4°) 2 points)

On considère un cube ABCDEFGH. On note I le milieu de [EH], J le centre de la face BCGF et K le point du segment [GH] tel que $HK = \frac{1}{4}HG$.

1°) Tracer la section du cube par le plan (IJK).
Laisser les traits de construction apparents ; nommer les points de construction.



2°) Préciser sans justifier la position relative des droites (AI) et (FJ) puis des droites (AJ) et (BK).

Les droites (AI) et (FJ) sont …… .

Les droites (AJ) et (BK) sont …… .

3°) Préciser sans justifier la position relative de la droite (IJ) et du plan (DCG).

……..……..…..

4°) On note a l'arête du cube ABCDEFGH.
Calculer en fonction de a le volume V de la pyramide JABCD.

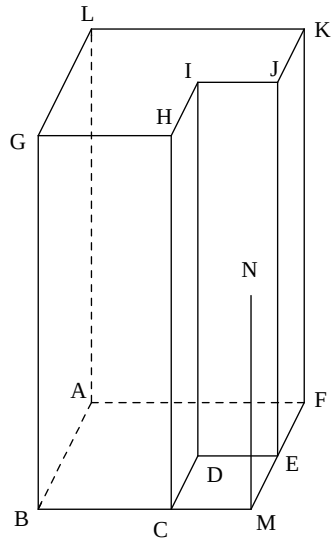
$V =$ .....

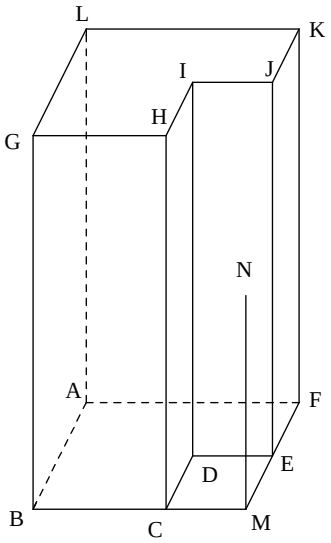
II. (2 points)

Un immeuble a la forme du solide ABCDEFGHIJKL dont une représentation en perspective parallèle est donnée ci-dessous. Une esplanade, qui a la forme du carré CDEM, jouxte cet immeuble. À un coin de cette esplanade se trouve un mât vertical représenté par [MN]. Laisser apparents les traits de construction.

1°) On place un projecteur, qui est donc une source de lumière ponctuelle, au point I.
La figure de gauche ci-dessous est une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
Représenter sur cette figure l'ombre du mât sur le sol. Marquer l'ombre en trait gras.

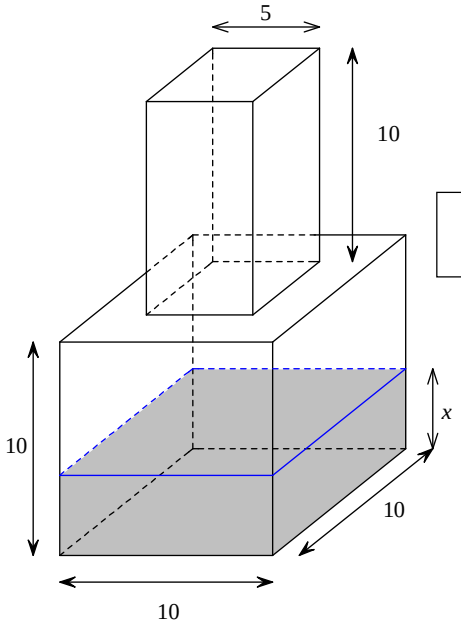
2°) À une certaine heure, les rayons du soleil sont parallèles à la droite (GC).
La figure de droite ci-dessous est encore une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
Représenter sur cette figure l'ombre au soleil du mât sur le sol à cette heure. Marquer l'ombre en trait gras.





III. (6 points : 1°) 4 points ; 2°) 2 points)

Un récipient est formé d'un cube de 10 cm d'arête et d'un parallélépipède rectangle de base carrée de côté 5 cm et de hauteur 10 cm. On le remplit de liquide. On appelle x la hauteur du liquide dans le récipient en centimètres.
On a : $0 \leqslant x \leqslant 20$. On appelle $f(x)$ le volume, en cm^3, du liquide lorsque la hauteur est de x.



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Exprimer $f(x)$ en fonction de x. Distinguer des cas, sans détailler la démarche.

……...

……...

……...

2°) Déterminer la hauteur du liquide lorsque le volume de celui-ci vaut la moitié du volume du récipient.

……...

……...

……...

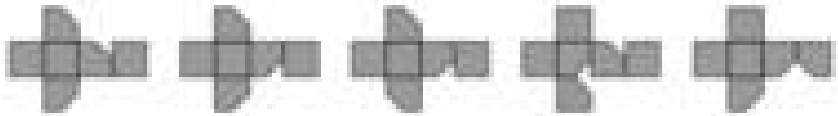
……...

……...

IV. (2 points)

On a coupé un coin dans un cube creux.

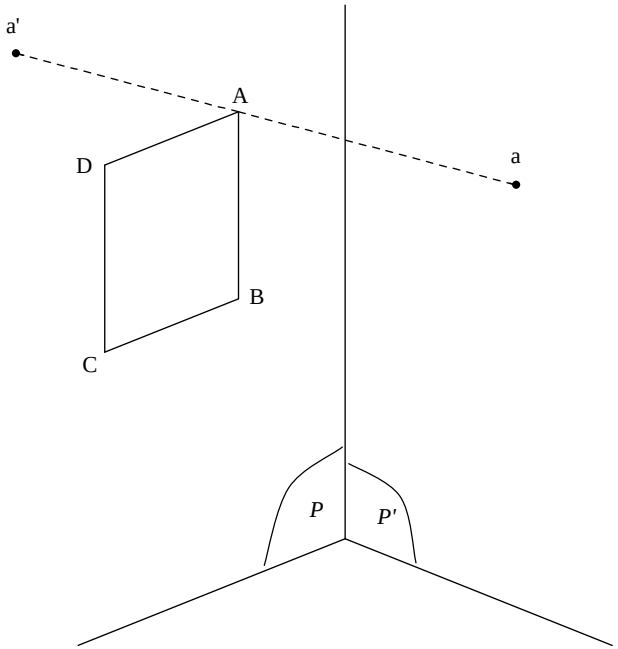
On a ensuite développé ce qui restait.
Quel est le bon patron ? Entourer la lettre correspondant au patron choisi.



A B C D E

V. (2 points)

On considère la fenêtre ABCD. On a représenté le rayon du soleil qui passe par A et qui vient frapper le mur en a.
La fenêtre ABCD est un rectangle représenté par un parallélogramme dans le plan P.
Dessiner la tache lumineuse abcd de la fenêtre sur le mur P' (c'est-à-dire le cadre de la tache lumineuse).
Laisser les traits de construction apparents.

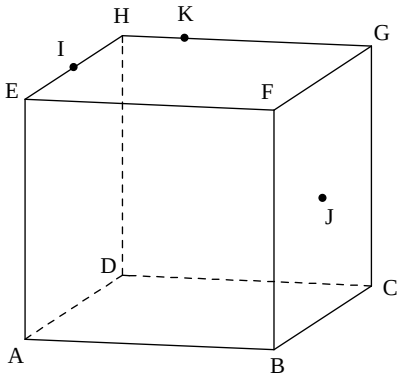


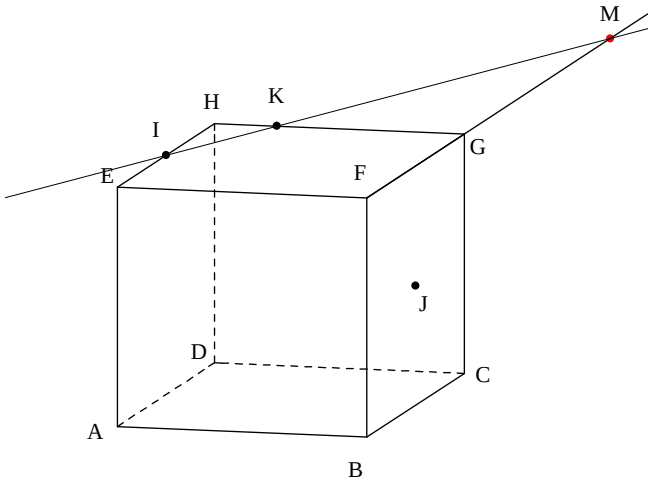
Corrigé du contrôle du 3-11-2015

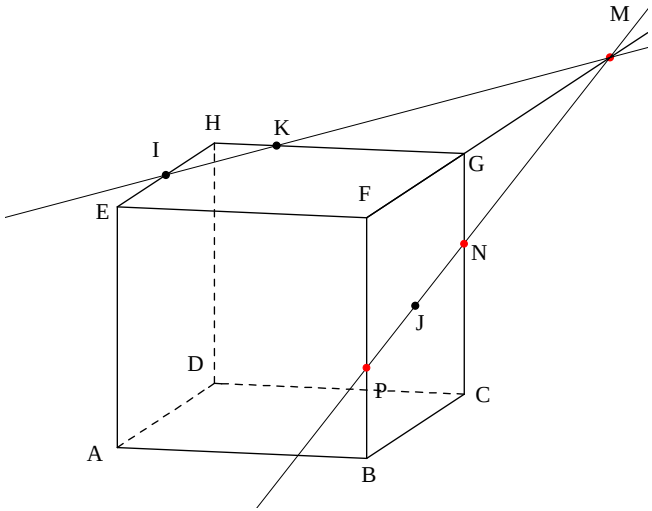
I.

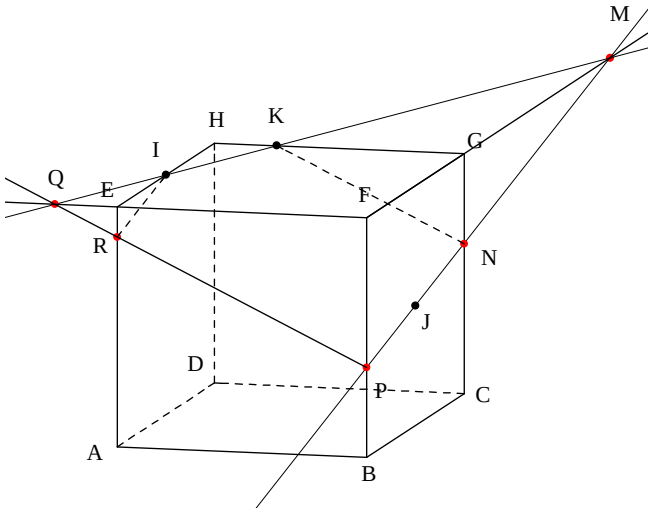
On considère un cube ABCDEFGH. On note I le milieu de [EH], J le centre de la face BCGF et K le point du segment [GH] tel que $HK = \frac{1}{4}HG$.

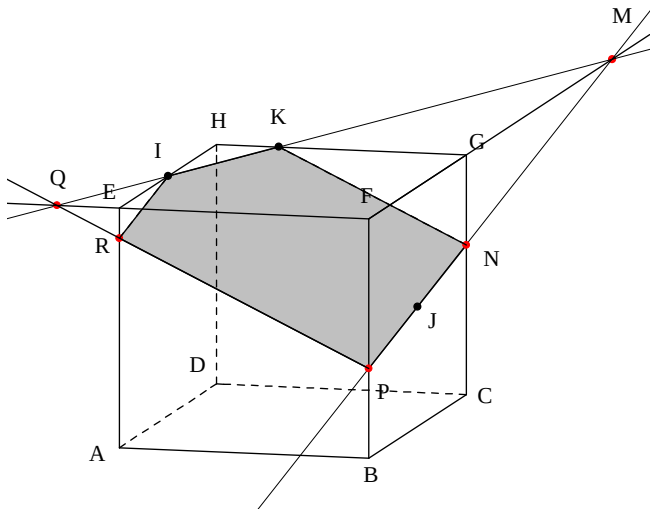
1°) Tracer la section du cube par le plan (IJK).
Laisser les traits de construction apparents ; nommer les points de construction.











La section du cube par le plan (IJK) est le pentagone IKNPR.

2°) Préciser sans justifier la position relative des droites (AI) et (FJ) puis des droites (AJ) et (BK).

Les droites (AI) et (FJ) sont non coplanaires.

Les droites (AJ) et (BK) sont sécantes.

Les droites (AJ) et (BK) sont toutes les deux contenues dans le plan du parallélogramme ABGH.

3°) Préciser sans justifier la position relative de la droite (IJ) et du plan (DCG).

La droite (IJ) est parallèle au plan (DCG).

4°) On note *a* l'arête du cube ABCDEFGH.
Calculer en fonction de *a* le volume *V* de la pyramide JABCD.

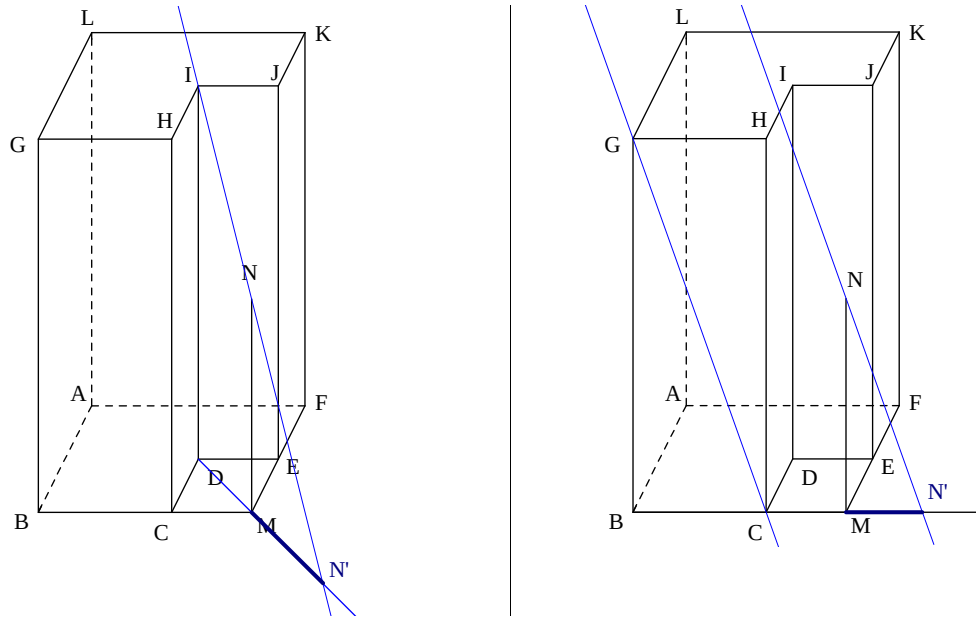
$$V = \frac{a^3}{6}$$

II.

Un immeuble a la forme du solide ABCDEFGHIJKL dont une représentation en perspective parallèle est donnée ci-dessous. Une esplanade, qui a la forme du carré CDEM, jouxte cet immeuble. À un coin de cette esplanade se trouve un mât vertical représenté par [MN]. Laisser apparents les traits de construction.

1°) On place un projecteur, qui est donc une source de lumière ponctuelle, au point I.
La figure de gauche ci-dessous est une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
Représenter sur cette figure l'ombre du mât sur le sol. Marquer l'ombre en trait gras.

2°) À une certaine heure, les rayons du soleil sont parallèles à la droite (GC).
La figure de droite ci-dessous est encore une représentation de l'immeuble en perspective parallèle.
Représenter sur cette figure l'ombre au soleil du mât sur le sol à cette heure. Marquer l'ombre en trait gras.



On cherche l'ombre du point N, que nous noterons N'.
Il s'agit du problème de construction du point d'intersection d'une droite et d'un plan. Pour résoudre ce type de problème, on se ramène toujours à l'intersection de deux droites coplanaires.

Figure de gauche :

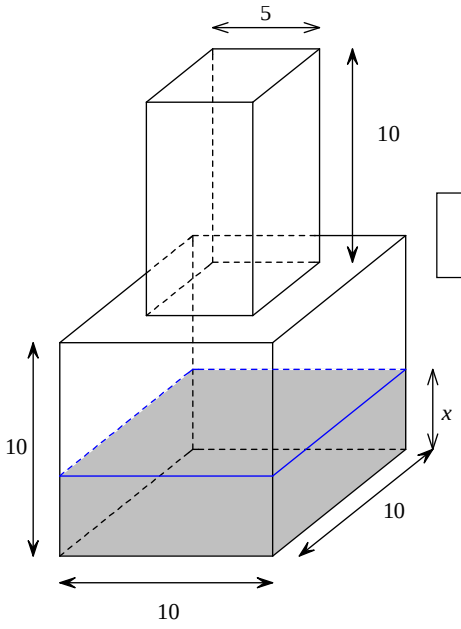
On cherche l'intersection de la droite (IN) et du plan de la « base ». On se ramène à l'intersection de deux droites coplanaires (ici, les droites (DM) et (IN)).

Figure de droite :

Tous les rayons du soleil sont parallèles.
On trace impérativement la droite (CG).

III.

Un récipient est formé d'un cube de 10 cm d'arête et d'un parallélépipède rectangle de base carrée de côté 5 cm et de hauteur 10 cm. On le remplit de liquide. On appelle x la hauteur du liquide dans le récipient en centimètres.
On a : $0 \leqslant x \leqslant 20$. On appelle $f(x)$ le volume, en cm^3, du liquide lorsque la hauteur est de x.



Ne rien écrire sur la figure.

1°) Exprimer $f(x)$ en fonction de x. Distinguer des cas, sans détailler la démarche.

• Si $0 \leqslant x \leqslant 10$, alors $f(x) = 100x$.

• Si $10 \leqslant x \leqslant 20$, alors $f(x) = 1000 + 25(x-10)$ c'est-à-dire $f(x) = 25x + 750$.

Faire une nouvelle figure dans ce cas pour faire apparaître la longueur $x-10$.

La fonction f est affine par intervalles.

2°) Déterminer la hauteur du liquide lorsque le volume de celui-ci vaut la moitié du volume du récipient.

Pour déterminer le volume du récipient, on calcule $f(20) = 25 \times 20 + 750 = 1250$.
Le volume du récipient est égal à 1250 cm^3.

$\frac{1250}{2} = 625$

On a : $625 < 1000$ donc le cube n'est pas rempli en entier et, par suite, $0 \leqslant x \leqslant 10$.

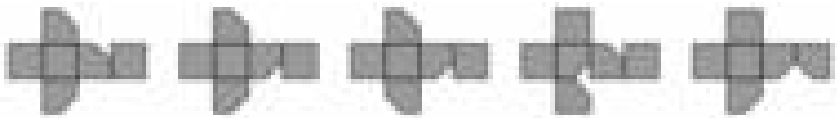
On résout donc l'équation $100x = 625$ qui a pour solution 6,25.

Lorsque le volume du liquide vaut la moitié du volume du récipient, la hauteur de liquide vaut 6,25 cm.

IV.

On a coupé un coin dans un cube creux.

On a ensuite développé ce qui restait.
Quel est le bon patron ? Entourer la lettre correspondant au patron choisi.



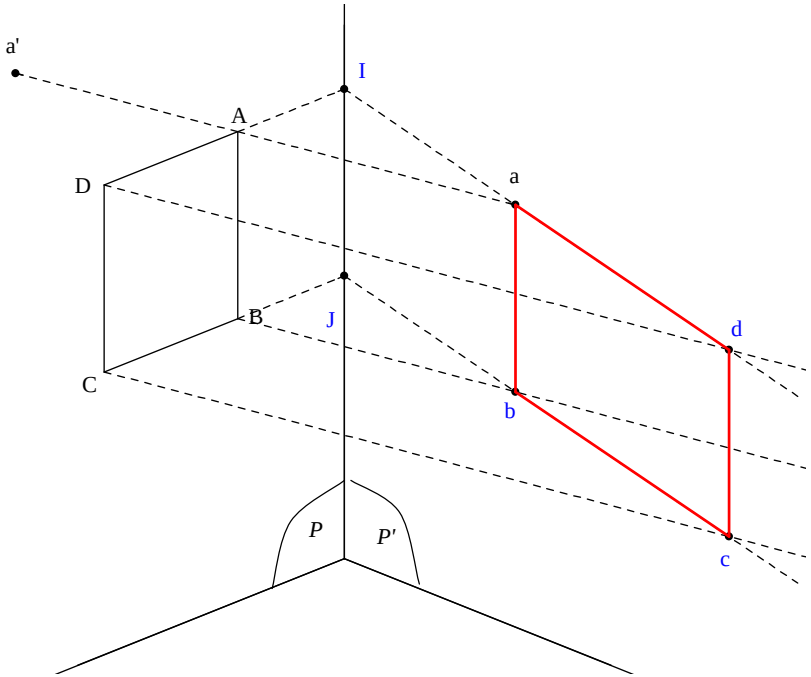
A B C D E

Solution : Réponse E.

Si l'on coupe un coin d'un cube (comme on le voit sur le dessin) alors les arêtes qui ont été coupées ne joignent plus deux coins du cube initial. Dans les patrons A, B, Cet D, certaines arêtes coupées joignent aussi deux coins du cube : c'est impossible. Seul le patron E peut être celui du cube au coin coupé; et c'est effectivement le cas.

V.

On considère la fenêtre ABCD. On a représenté le rayon du soleil qui passe par A et qui vient frapper le mur en a.
La fenêtre ABCD est un rectangle représenté par un parallélogramme dans le plan P.
Dessiner la tache lumineuse abcd de la fenêtre sur le mur P' (c'est-à-dire le cadre de la tache lumineuse).
Laisser les traits de construction apparents.



Les bords de la fenêtre sont horizontaux et verticaux (parallélisme à deux droites de la figure).
Le rayon (Dd) est parallèle au rayon (Aa) car tous les rayons du soleil sont parallèles entre eux.

On cherche donc l'intersection de la droite passant par D et parallèle à (Aa) avec le plan P'.

Pour cela, on va considérer le plan formé par les droites (Aa) et (Dd).

Il s'agit de deux droites strictement parallèles, donc on sait qu'elles définissent un plan π.
On cherche l'intersection de ce plan avec le plan P'.
On considère alors le point d'intersection I de la droite (AD) et de la droite Δ d'intersection des plans P et P'.

On peut dire que I appartient à π.

Donc la droite d'intersection de π et de P' est la droite (Ia).

On peut trouver ainsi le point d.