**1ère S1**

# Contrôle du mardi 13 octobre 2015 (50 minutes)

**Prénom et nom : ……………………………….**

**Note : ….. / 20**

---

## I. (1 point)

On considère le polynôme $P(x) = -x^2 + 2x - 3$.

Déterminer la forme canonique de $P(x)$.

$P(x) = ……………………………………………………$

$= ……………………………………………………$

$= ……………………………………………………$

$= ……………………………………………………$

---

## II. (3 points)

Déterminer les ensembles de solutions $S_1$, $S_2$, $S_3$ respectivement des équations (1) et (2) et de l'inéquation (3) suivantes (recherche au brouillon) : $2|x| + 3 = 0$ (1) ; $2|x| - 3 = 0$ (2) ; $2|x| - 3 \leqslant 0$ (3).

| | | |
|---|---|---|
| $S_1 =$ ………………………………. | $S_2 =$ ………………………………. | $S_3 =$ ………………………………. |

---

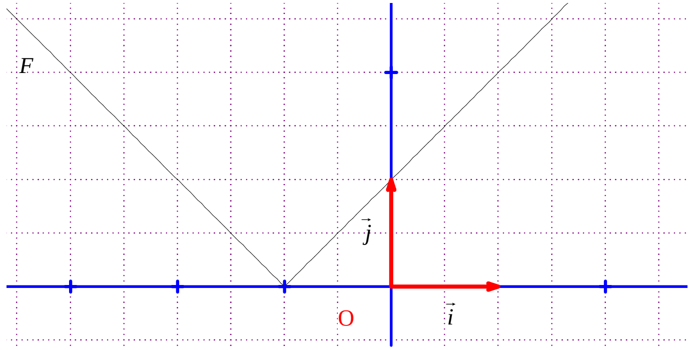
## III. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

Sur le graphique ci-contre, on donne la représentation graphique $F$ de la fonction $f : x \mapsto |x+1|$.

1°) Tracer sur le graphique la représentation graphique $G$ de la fonction « valeur absolue ».

2°) À l'aide du graphique, déterminer l'ensemble de solutions $S$ de l'inéquation $|x| < |x+1|$.

$S =$ ……………………………….




---

## IV. (4 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto -\dfrac{2}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1°) Compléter les phrases du raisonnement suivant par « croissante » ou « décroissante » (sauf pour la deuxième ligne où l'on complètera par « positives » ou « négatives ») permettant de déterminer le sens de variation de *f* sur l'intervalle $I = ]1 ; +\infty[$.

La fonction $x \mapsto x - 1$ est strictement ………………………….. sur *I*.

De plus, cette fonction est à valeurs strictement ………………………….. sur *I*.

Donc la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$ est strictement ………………………….. sur *I*.

On en déduit que la fonction *f* est strictement ………………………….. sur *I*.

2°) Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de *f* et *D* la droite d'équation $y = 3x - 10$. On admet que $\mathscr{C}$ et *D* se coupent aux points A et B d'abscisses $\dfrac{4}{3}$ et 3.

Tracer $\mathscr{C}$ et *D* sur l'écran de la calculatrice puis compléter les phrases suivantes à l'aide d'intervalles ou de réunions d'intervalles donnant la position de $\mathscr{C}$ par rapport à *D*.

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessus de *D* sur ……………..……………… .

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessous de *D* sur ……………..……………… .

• $\mathscr{C}$ et *D* sont sécantes aux points A et B.

Il n'y a rien à compléter pour cette dernière phrase.

## V. (1 point)

On considère l'équation $x^2+x-\dfrac{1}{2x}=0$ (1). On admet que l'équation (1) admet une unique solution $x_0$.
À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de $x_0$.

La valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de $x_0$ est égale à …………………… .

---

## VI. (1 point)

Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}$ de la fonction $f : x \mapsto x+\sqrt{x-1}$ c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de $x$ pour lesquelles le calcul de $f(x)$ est possible.

Rédiger la recherche par chaîne d'équivalences selon le modèle donné ci-dessous (à compléter).
Conclure par une égalité d'ensembles : $\mathscr{D}=\ldots\ldots$ en utilisant les notations adéquates.

$f(x)$ existe si et seulement si ………………………………………………

si et seulement si ………………………………………………

$\mathscr{D}=\ldots\ldots\ldots\ldots$

---

## VII. (8 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points + 2 points ; 3°) 3 points)

Pour les questions 2°) et 3°) de cet exercice, la rédaction attendue est une chaîne d'équivalences.

Le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$. À tout réel $m$ on associe la droite $D_m$ d'équation cartésienne $(2m-1)x-(m+1)y+m+1=0$.

1°) Compléter :

$D_m$ // $(\mathrm{O}x)$ si et seulement si ………………………

si et seulement si $m=$…………….

$D_m$ // $(\mathrm{O}y)$ si et seulement si ………………………

si et seulement si $m=$…………….

2°) Existe-t-il une valeur de $m$ pour laquelle la droite $D_m$ passe-t-elle par le point $\mathrm{A}(1\,;-1)$ ?
Même question avec le point $\mathrm{B}(1\,;3)$.

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

3°) Existe-t-il une valeur de $m$ pour laquelle la droite $D_m$ est-elle parallèle à la droite $L$ d'équation cartésienne $2x-3y+1=0$ ?

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

**Meilleure version de l'exercice IV. (réécriture en un peu mieux)**

On considère la fonction $f : x \mapsto -\dfrac{2}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1°) Le but de cette question est de déterminer le sens de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle $I = ]1\,;+\infty[$ à partir de celui de la fonction $x \mapsto x-1$ en utilisant les règles du cours.

Compléter les phrases du raisonnement suivant par « croissante » ou « décroissante » (sauf pour la deuxième phrase où l'on complètera par « positives » ou « négatives ») permettant de déterminer le sens de variation de $f$ sur l'intervalle $I = ]1\,;+\infty[$.
Compléter après le « car » en donnant une justification rédigée.

La fonction $x \mapsto x-1$ est strictement ………………………….. sur $I$ car ……………………..……………………

……………………………………………………………………………………………………………..……………..

De plus, cette fonction est à valeurs strictement ………………………….. sur $I$.

Donc la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$ est strictement ………………………….. sur $I$.

On en déduit que la fonction $f$ est strictement ………………………….. sur $I$.

2°) Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de $f$ et $D$ la droite d'équation $y = 3x-10$. On admet que $\mathscr{C}$ et $D$ se coupent aux points A et B d'abscisses $\dfrac{4}{3}$ et 3.
Tracer $\mathscr{C}$ et $D$ sur l'écran de la calculatrice puis compléter les phrases suivantes à l'aide d'intervalles ou de réunions d'intervalles donnant la position de $\mathscr{C}$ par rapport à $D$.

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessus de $D$ sur ……………..……………… .

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessous de $D$ sur ……………..……………… .

• $\mathscr{C}$ et $D$ sont sécantes aux points A et B.

Il n'y a rien à compléter pour cette dernière phrase.

# Corrigé du contrôle du 13-10-2015

## I.

On considère le polynôme $P(x) = -x^2 + 2x - 3$.
Déterminer la forme canonique de $P(x)$.

$$\begin{aligned} P(x) &= -\left(x^2 - 2x + 3\right) \\ &= -\left[\left(x^2 - 2x + 1\right) - 1 + 3\right] \\ &= -\left[(x-1)^2 + 2\right] \\ &= -(x-1)^2 - 2 \end{aligned}$$

---

## II.

Déterminer les ensembles de solutions $S_1$, $S_2$, $S_3$ respectivement des équations (1) et (2) et de l'inéquation (3) suivantes (recherche au brouillon) : $2|x|+3=0$ (1) ; $2|x|-3=0$ (2) ; $2|x|-3 \leqslant 0$ (3).

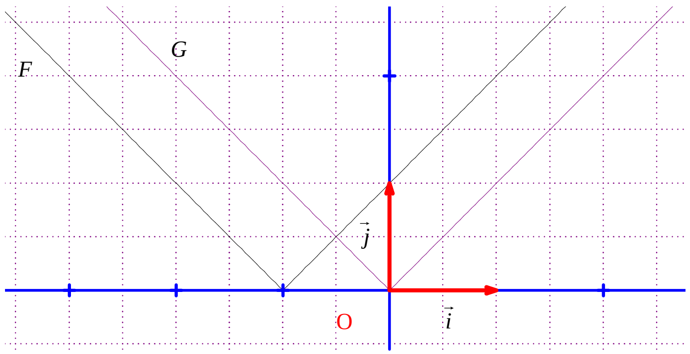
| | | |
|---|---|---|
| $S_1 = \varnothing$ | $S_2 = \left\{\frac{3}{2} ; -\frac{3}{2}\right\}$ | $S_3 = \left[-\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right]$ |

---

## III.

Sur le graphique ci-contre, on donne la représentation graphique $F$ de la fonction $f : x \mapsto |x+1|$.
1°) Tracer sur le graphique la représentation graphique $G$ de la fonction « valeur absolue ».
2°) À l'aide du graphique, déterminer l'ensemble de solutions $S$ de l'inéquation $|x| < |x+1|$.

$$S = \left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$$




## IV.

On considère la fonction $f : x \mapsto -\dfrac{2}{x-1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1°) Compléter les phrases du raisonnement suivant par « croissante » ou « décroissante » (sauf pour la deuxième ligne où l'on complètera par « positives » ou « négatives ») permettant de déterminer le sens de variation de $f$ sur l'intervalle $I = ]1 ; +\infty[$.

La fonction $x \mapsto x-1$ est strictement croissante sur $I$.

De plus, cette fonction est à valeurs strictement positives sur $I$.

Donc la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$ est strictement décroissante sur $I$.

On en déduit que la fonction $f$ est strictement croissante sur $I$.

2°) Dans le plan muni d'un repère $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$, on note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de $f$ et $D$ la droite d'équation $y = 3x - 10$. On admet que $\mathscr{C}$ et $D$ se coupent aux points A et B d'abscisses $\dfrac{4}{3}$ et 3.
Tracer $\mathscr{C}$ et $D$ sur l'écran de la calculatrice puis compléter les phrases suivantes à l'aide d'intervalles ou de réunions d'intervalles donnant la position de $\mathscr{C}$ par rapport à $D$.

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessus de $D$ sur $]-\infty ; 1[ \cup \left]\frac{4}{3} ; 3\right[$.

• $\mathscr{C}$ est strictement au-dessous de $D$ sur $\left]1 ; \frac{4}{3}\right[ \cup ]3 ; +\infty[$.

• $\mathscr{C}$ et $D$ sont sécantes aux points A et B.

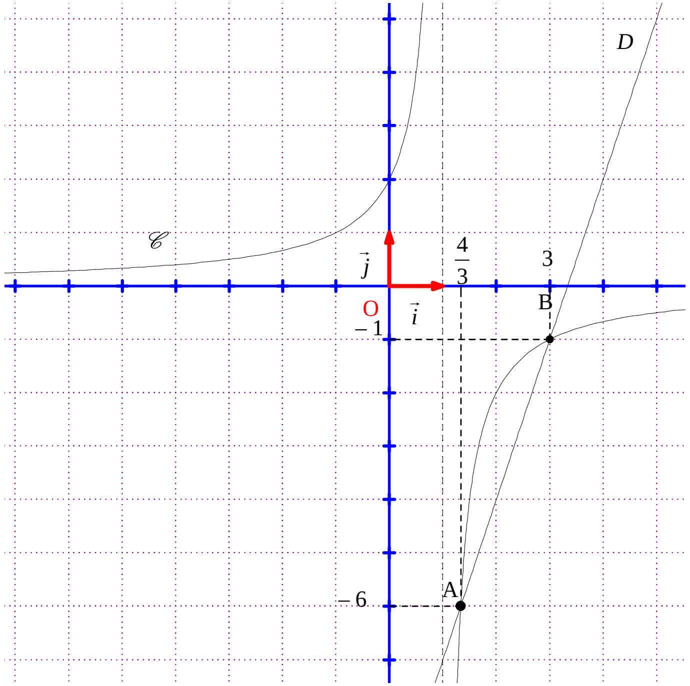
Il n'y a rien à compléter pour cette dernière phrase.

**Remarques :**

• Il faut taper convenablement l'expression de la fonction $f$ en respectant la syntaxe de la calculatrice (– 2/(X – 1)).

• La courbe $\mathscr{C}$ est une hyperbole constituée de deux branches (la courbe est en deux « parties ») car la fonction $f$ est une fonction homographique. La droite d'équation $x = 1$ tracée en pointillés est asymptote verticale à la courbe.

• Il faut adapter la fenêtre graphique pour bien visualiser la droite et la courbe sur $\mathbb{R}$ tout entier.




## V.

On considère l'équation $x^2+x-\dfrac{1}{2x}=0$ (1). On admet que l'équation (1) admet une unique solution $x_0$.

À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de $x_0$.

La valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de $x_0$ est égale à 0,565.

On trace la courbe de la fonction $f : x \mapsto x^2+x-\dfrac{1}{2x}$ sur l'écran de la calculatrice.

Attention à la syntaxe. On doit taper : $\mathrm{Y}=\mathrm{X}^2+\mathrm{X}-1/(2\mathrm{X})$ [parenthèses indispensables !].

On utilise $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{trace}}$ (calculs) puis choisir zero.

On obtient l'affichage $\mathrm{X}=.56519772$.

On a : $x_0=0,5651977...$ .

Donc on a l'encadrement suivant : $0,565 \leqslant x_0 < 0,566$ (encadrement d'amplitude $10^{-3}$).

On en déduit que la valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de $x_0$ est égale à 0,565.

## VI.

Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de la fonction $f : x \mapsto x+\sqrt{x-1}$ c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de $x$ pour lesquelles le calcul de $f(x)$ est possible.

Rédiger la recherche par chaîne d'équivalences selon le modèle donné ci-dessous (à compléter).
Conclure par une égalité d'ensembles : $\mathcal{D}=......$ en utilisant les notations adéquates.

$f(x)$ existe si et seulement si $x-1\geqslant 0$

si et seulement si $x\geqslant 1$

$$\mathcal{D}=[1\,;+\infty[$$

## VII.

Pour les questions 2°) et 3°) de cet exercice, la rédaction attendue est une chaîne d'équivalences.

Le plan est muni d'un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$. À tout réel $m$, on associe la droite $D_m$ d'équation cartésienne $(2m-1)x-(m+1)y+m+1=0$.

Il s'agit d'une famille de droites dépendant d'un paramètre ($m$).

1°) Compléter :

$D_m$ // $(\mathrm{O}x)$ si et seulement si $2m-1=0$

si et seulement si $m=\dfrac{1}{2}$

$D_m$ // $(\mathrm{O}y)$ si et seulement si $-(m+1)=0$

si et seulement si $m=-1$

On applique directement la propriété du cours sur droites parallèles aux axes.

2°) Existe-t-il une valeur de *m* pour laquelle la droite $D_m$ passe-t-elle par le point $\mathrm{A}(1\,;-1)$ ?
Même question avec le point $\mathrm{B}(1\,;3)$.

$\mathrm{A}\in D_m$ si et seulement si $(2m-1)\times 1-(m+1)\times(-1)+m+1=0$

si et seulement si $4m+1=0$

si et seulement si $m=-\dfrac{1}{4}$

$\mathrm{B}\in D_m$ si et seulement si $(2m-1)\times 1-(m+1)\times 3+m+1=0$

si et seulement si $-3=0$ (impossible)

Donc il n'existe pas de valeur de *m* pour laquelle la droite $D_m$ passe par B.

3°) Existe-t-il une valeur de *m* pour laquelle la droite $D_m$ est-elle parallèle à la droite *L* d'équation cartésienne $2x-3y+1=0$ ?

*1ère méthode :*

On utilise les vecteurs directeurs.

La droite $D_m$ a pour vecteur directeur $\vec{u}\,(m+1\,;2m-1)$.

La droite *L* a pour vecteur directeur $\vec{v}\,(3\,;2)$.

$D_m\,//\,L$ si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} m+1 & 3 \\ 2m-1 & 2 \end{vmatrix}=0$

si et seulement si $2(m+1)-3(2m-1)=0$

si et seulement si $-4m+5=0$

si et seulement si $m=\dfrac{5}{4}$

*2e méthode :*

On utilise directement le résultat du cours sur le parallélisme (avec des droites d'équations cartésiennes $ax+by+c=0$ et $a'x+b'y+c'=0$).

$D_m\,//\,L$ si et seulement si $\begin{vmatrix} m+1 & 3 \\ 2m-1 & 2 \end{vmatrix}=0$

si et seulement si $2(m+1)-3(2m-1)=0$ etc. (voir 1ère méthode)