$1^{\text{ère}}$ **S1**

Contrôle du mardi 6 octobre 2015 (50 min)

Prénom : ………………………………. **Nom :** ……………………………….

Note : …. / 20

I. (1 point)

On considère le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un réel.
- Calculer son carré.
- Ajouter 9.
- Calculer la racine carrée du résultat obtenu.

On note x le nombre de départ et y le résultat final.

Exprimer y en fonction de x.

$y =$ .... (une seule expression)

II. (1 point)

Soit x un réel quelconque.

Simplifier l'expression $\text{A} = \sqrt{4x^2} - \sqrt{9x^2}$.

$\text{A} =$ .... (une seule expression)

III. (3 points)

Déterminer les ensembles de solutions S_1, S_2, S_3 respectivement de l'équation (1) et des inéquations (2) et (3) suivantes (recherche au brouillon) : $|\,x\,| = 1 - \sqrt{2}$ (1) ; $|\,x\,| > 1 - \sqrt{2}$ (2) ; $|\,x\,| < 1 - \sqrt{2}$ (3).

$S_1 =$	$S_2 =$	$S_3 =$ ....

IV. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - |\,x\,|$.

1°) Compléter sans justifier la phrase :

L'ensemble des réels x dont l'image par f est strictement positive est …………………… .

2°) Soit y un réel fixé. Le but de cet exercice est de résoudre l'équation $f(x) = y$ (1) suivant les valeurs de y.
Compléter :

(1) équivaut à $|\,x\,| =$ .... $(1')$.

Discuter suivant les valeurs de y en distinguant trois cas.

- 1^{er} cas : $y <$ ....

$(1')$ équivaut à ………………………………………………………….

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S =$ ....

- 2^{e} cas : $y =$ ....

$(1')$ s'écrit $|\,x\,| = 0$.

$(1')$ équivaut à ………….

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S =$ ....

- 3^{e} cas : $y >$ ....

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S =$ ....

V. (1 point)

On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en langage naturel.

Variables : x et y, nombres réels

Entrée :
Saisir x

Traitement :
Si $x \geqslant 0$
  alors y prend la valeur $\sqrt{x}$
Sinon
  y prend la valeur $\sqrt{-x}$
FinSi

Sortie :
Afficher y

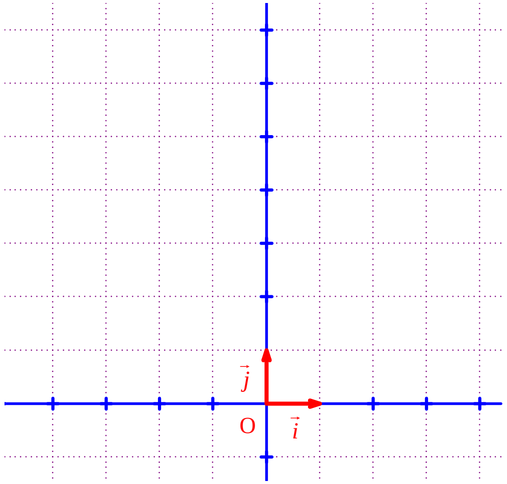
Compléter sans justifier la phrase suivante :

La fonction f qui à tout réel x non nul saisi en entrée associe le réel y affiché en sortie est définie par :

$f(x) =$ .... (une seule expression)

VI. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

1°) Tracer sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ d'équation $y = x^2$ et la droite D d'équation $y = 2x$.
2°) Hachurer l'ensemble E des points $\mathrm{M}(x\,;\,y)$ tels que $x^2 \leqslant y \leqslant 2x$.



VII. (1 point)

Compléter sans justifier les phrases suivantes :

Lorsque x décrit l'intervalle $\left]\frac{9}{4}\,;16\right]$, $\sqrt{x}$ décrit l'intervalle …………………. .

Dans les exercices **VIII** et **IX**, le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

VIII. (2 points)

Soit m un réel non nul. On note D et D' les droites d'équations respectives $y = mx + m + 1$ et $y = -mx$.
Exprimer en fonction de m les coordonnées du point d'intersection I de D et D' (calculs au brouillon).

$$\begin{cases} x_{\mathrm{I}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \\ y_{\mathrm{I}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

IX. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Pour les questions 2°) et 3°) de cet exercice, marquées $\boxed{\text{R}}$, la rédaction attendue est une chaîne d'équivalences.

Pour tout réel m, on note D_m la droite d'équation $(m+1)x - my + m + 2 = 0$.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}\,(\ \ldots\ldots\ldots\ldots\,;\ldots\ldots\ldots\ldots\ )$ est un vecteur directeur de D_m.

2°) Pour quelle valeur de m la droite D_m passe-t-elle par le point $\mathrm{A}(3\,;2)$? $\boxed{\text{R}}$
On démarrera la chaîne d'équivalences par « $\mathrm{A} \in D_m$ si et seulement si …. ».

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

3°) Pour quelle valeur de m le vecteur $\vec{v}(-2\,;1)$ est-il un vecteur directeur de la droite D_m ? $\boxed{\text{R}}$
On démarrera la chaîne d'équivalences par « $\vec{v}$ est un vecteur directeur de D_m si et seulement si …. ».

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

Corrigé du contrôle du 6-10-2015

I. (1 point)

On considère le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un réel.
- Calculer son carré.
- Ajouter 9.
- Calculer la racine carrée du résultat obtenu.

On note x le nombre de départ et y le résultat final.

Exprimer y en fonction de x.

$y=\sqrt{x^2+9}$ (une seule expression)

Cet exercice a été très bien réussi.

Quelques élèves ont cependant donné des réponses fausses en pensant qu'on pouvait simplifier (exemples de réponses données : $x+3$, $|x|+3$ …).

II. (1 point)

Soit x un réel quelconque.
Simplifier l'expression $\text{A}=\sqrt{4x^2}-\sqrt{9x^2}$

$\text{A}=-|x|$ (une seule expression)

Cet exercice a été particulièrement mal réussi. Beaucoup d'élèves ont donné $-x$ pour réponse.

En calcul littéral, la valeur absolue est indispensable pour simplifier la racine carrée de x^2.

$$\begin{aligned}\text{A}&=\sqrt{4x^2}-\sqrt{9x^2}\\&=\sqrt{4}\times\sqrt{x^2}-\sqrt{9}\times\sqrt{x^2}\\&=2\times|x|-3\times|x|\\&=-|x|\end{aligned}$$

III. (3 points)

Déterminer les ensembles de solutions S_1, S_2, S_3 respectivement de l'équation (1) et des inéquations (2) et (3) suivantes (recherche au brouillon) : $|x|=1-\sqrt{2}$ (1) ; $|x|>1-\sqrt{2}$ (2) ; $|x|<1-\sqrt{2}$ (3).

$S_1=\varnothing$	$S_2=\mathbb{R}$	$S_3=\varnothing$

Cet exercice n'a pas été réussi du tout.
Beaucoup d'élèves ne se sont pas préoccupés du signe de $1-\sqrt{2}$ et n'ont pas pris garde que $1-\sqrt{2}$ est négatif.

IV. (3 points : 1°) 1 point ; 2°) 2 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=1-|x|$.

1°) Compléter sans justifier la phrase :

L'ensemble des réels x dont l'image par f est strictement positive est $]-1\,;1[$.

L'inéquation $f(x)>0$ est successivement équivalente à :
$1-|x|>0$
$|x|<1$
$-1<x<1$

2°) Soit y un réel fixé.
Le but de cet exercice est de résoudre l'équation $f(x)=y$ (1) suivant les valeurs de y.

Compléter :

(1) équivaut à $|x|=1-y$ $(1')$.

Discuter suivant les valeurs de y en distinguant trois cas.

- 1^er cas : $y<1$

$(1')$ équivaut à $x=1-y$ ou $x=y-1$ (car $1-y>0$)

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S=\{1-y\,;y-1\}$.

• 2^e cas : $y=1$

$(1')$ s'écrit $|x|=0$.

$(1')$ équivaut à $x=0$.

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S=\{0\}$.

• 3^e cas : $y>1$

Dans ce cas, l'ensemble des solutions de (1) est $S=\varnothing$.

V. (1 point)

On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en langage naturel.

Compléter sans justifier la phrase suivante :

La fonction f qui à tout réel x non nul saisi en entrée associe le réel y affiché en sortie est définie par :

$f(x)=\sqrt{|x|}$ (une seule expression)

Variables : x et y, nombres réels

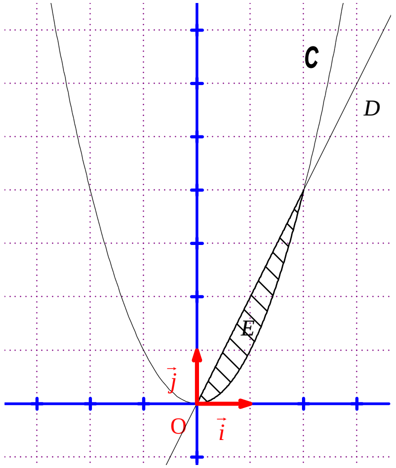
Entrée :
Saisir x

Traitement :
Si $x \geqslant 0$
  alors y prend la valeur $\sqrt{x}$
  Sinon
  y prend la valeur $\sqrt{-x}$
FinSi

Sortie :
Afficher y

VI. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

1°) Tracer sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathcal{C}$ d'équation $y=x^2$ et la droite D d'équation $y=2x$.
2°) Hachurer l'ensemble E des points $\mathrm{M}(x\,;\,y)$ tels que $x^2 \leqslant y \leqslant 2x$.



Les élèves qui se sont trompés dans le tracé de la droite D d'équation $y=2x$ sont inexcusables. On pouvait utiliser la calculatrice pour vérifier le tracé (en rentrant la fonction $x \mapsto 2x$.

VII. (1 point)

Compléter sans justifier les phrases suivantes :

Lorsque x décrit l'intervalle $\left]\frac{9}{4}\,;16\right]$, $\sqrt{x}$ décrit l'intervalle $\left]\frac{3}{2}\,;4\right]$.

Plusieurs élèves ont donné pour réponse l'intervalle $\left]\sqrt{\frac{9}{4}}\,;\sqrt{16}\right]$. Cette réponse était comptée juste bien que je n'ai pas trop apprécié qu'ils n'aient pas fait l'effort de voir que les racines peuvent se calculer.

Dans les exercices **VIII** et **IX**, le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

VIII. (2 points)

Soit m un réel non nul. On note D et D' les droites d'équations respectives $y=mx+m+1$ et $y=-mx$.
Exprimer en fonction de m les coordonnées du point d'intersection I de D et D' (calculs au brouillon).

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{-m-1}{2m} \\ y_I = \dfrac{m+1}{2} \end{cases}$$

Cet exercice a été très mal réussi.

Le réel *m* est un paramètre.

Comme $m \neq 0$, $m \neq -m$. Donc les droites D et D' n'ont pas le même coefficient directeur et, par suite, elles ne sont pas parallèles. On en déduit qu'elles sont sécantes.
Pour déterminer l'abscisse de leur point d'intersection, on résout l'équation $mx + m + 1 = -mx$ (1).

(1) est successivement équivalente à :

$2mx = -m - 1$

$x = \dfrac{-m-1}{2m}$

On a donc $x_I = -\dfrac{m+1}{2m}$.

Comme $I \in D'$, $y_I = -mx_I = -\cancel{m} \times \left(-\dfrac{m+1}{2\cancel{m}}\right) = \dfrac{m+1}{2}$.

IX. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Pour les questions 2°) et 3°) de cet exercice, marquées $\boxed{\text{R}}$, la rédaction attendue est une chaîne d'équivalences.

Pour tout réel *m*, on note D_m la droite d'équation $(m+1)x - my + m + 2 = 0$.

Il s'agit d'une famille de droites dépendant d'un paramètre *m*.

L'équation cartésienne de la droite D_m donnée dans l'énoncé est de la forme $ax + by + c = 0$ avec $\boxed{a = m+1}$, $\boxed{b = -m}$, $\boxed{c = m+2}$.
Les coefficients de l'équation cartésienne sont exprimés en fonction du paramètre *m*.

1°) Compléter la phrase :

Le vecteur $\vec{u}\,(m\,;m+1)$ est un vecteur directeur de D_m.

2°) Pour quelle valeur de *m* la droite D_m passe-t-elle par le point $A(3\,;2)$? $\boxed{\text{R}}$
On démarrera la chaîne d'équivalences par « $A \in D_m$ si et seulement si …. ».

$A \in D_m$ si et seulement si $(m+1) \times 3 - m \times 2 + m + 2 = 0$

si et seulement si $3m + 3 - 2m + m + 2 = 0$

si et seulement si $2m = -5$

si et seulement si $m = -\dfrac{5}{2}$

3°) Pour quelle valeur de *m* le vecteur $\vec{v}\,(-2\,;1)$ est-il un vecteur directeur de la droite D_m ? $\boxed{\text{R}}$
On démarrera la chaîne d'équivalences par « $\vec{v}$ est un vecteur directeur de D_m si et seulement si …. ».

$\vec{v}$ est un vecteur directeur de D_m si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix} m & -2 \\ m+1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

si et seulement si $m \times 1 + 2(m+1) = 0$

si et seulement si $3m + 2 = 0$

si et seulement si $m = -\dfrac{2}{3}$