TS1

Contrôle du mercredi 3 juin 2015
(50 minutes)

Prénom : …………………………………………….. **Nom :** ………………… **Note : …. / 20**

I. (6 points : 1°) 2 points ; 2°) 2 points ; 3°) 2 points)

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules noires indiscernables au toucher. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à tirer successivement au hasard avec remise deux boules dans l'urne et à noter dans l'ordre la couleur de chacune d'elles.

1°) Calculer la probabilité p d'obtenir deux boules de couleurs différentes (valeur exacte).

p = ...

2°) On répète l'expérience aléatoire 400 fois dans des conditions identiques indépendantes.
Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95 % de la fréquence de l'événement E : « obtenir deux boules de couleurs différentes ».

I = ...

(borne de droite : valeur décimale approchée au centième par excès ; borne de gauche : valeur décimale approchée au centième par défaut)

3°) On répète l'expérience aléatoire n fois (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1) dans des conditions identiques indépendantes. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E ait une amplitude inférieure ou égale à 0,01.

………………. (un seul résultat, sans égalité, sans expliquer)

4°) Reprendre les questions précédentes en supposant que les tirages sont effectués sans remise.

………

II. (4 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) 1 point)

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables. Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués.

1°) On suppose que l'affirmation du vendeur est vraie.
Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95 % de la fréquence d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de taille 280.

I = ...

2°) Parmi les dossiers prélevés, 120 correspondent à des appartements rentables.
Déterminer la fréquence observée d'appartements rentables dans l'échantillon prélevé.

f = ... (un seul résultat)

3°) Doit-on rejeter l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier la réponse à l'aide des résultats précédents. On répondra à l'aide d'une phrase.

………

………

………

III. (8 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point ; 3°) a) 1 point + 1 point ; b) 1 point ; c) 1 point + 1 point + 1 point)

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, I, J, K).
On considère le cube S construit sur les axes du repère dont 4 sommets sont les points O, I, J, K.
On note Z le tétraèdre OIJK (faces comprises).

1°) Calculer le volume V de Z.

V = ...

2°) On choisit 600 points au hasard à l'intérieur du cube S.

Déterminer, à l'aide de la loi binomiale, l'intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence des points appartenant à Z. Donner les bornes sous forme fractionnaire.

………………………………………..

3°)

a) On note L le sommet du cube S de coordonnées (1 ; 1 ; 1) ; L est le sommet opposé au point O dans le cube.
Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{OL}$ est un vecteur normal au plan (IJK).

………

………

………

………

………

En déduire une équation cartésienne du plan (IJK). On ne demande pas les détails du calcul.

....

b) Écrire un système de trois inéquations qui caractérise S et un système de quatre inéquations qui caractérise Z.

$$S\left\{\begin{array}{l}\dots\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\dots\end{array}\right. \qquad Z\left\{\begin{array}{l}\dots\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\dots\end{array}\right.$$

c) On désire réaliser un algorithme permettant d'entrer un entier naturel $n \geqslant 1$, de choisir n points de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ au hasard à l'intérieur du cube S et d'afficher en sortie la fréquence de ceux qui sont situés dans Z.
Compléter l'algorithme suivant :

Entrée :
Saisir n

Initialisation :
a prend la valeur 0

Traitement:
Pour i entier naturel allant de 1 à n **Faire**
  x prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  y prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  z prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  s prend la valeur $x+y+z$

  Si s ....

    Alors a prend la valeur ....

  FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher ......

Bonus (à ne traiter à la fin que si tout le reste a été fait et s'il reste du temps) :

Réaliser le programme sur calculatrice puis le faire tourner 10 fois pour $n=100$.
Écrire l'échantillon de taille 10 obtenu (c'est-à-dire donner la liste des 10 fréquences obtenues).

....

IV. (2 points)

Une association de consommateurs décide d'estimer la proportion de personnes satisfaites par l'utilisation d'une crème de beauté qui vient d'être lancée sur le marché. Elle réalise un sondage parmi les personnes utilisant ce produit. Sur 140 personnes interrogées, 99 se déclarent satisfaites.
Estimer, par intervalle de confiance au niveau 95 %, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.
On demande de rédiger.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Indication orale en réponse à un élève

III.

3°)

b) Réponse à un élève qui ne comprenait pas bien ce qu'il fallait faire.

Il s'agit de donner un système d'inéquations portant sur les coordonnées $(x\,;\,y\,;\,z)$ d'un point de l'espace.

$$\mathrm{M}(x\,;\,y\,;\,z)\in Z \iff \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Corrigé du contrôle du 3-6-2015

I.

Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules noires indiscernables au toucher. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à tirer successivement au hasard avec remise deux boules dans l'urne et à noter dans l'ordre la couleur de chacune d'elles.

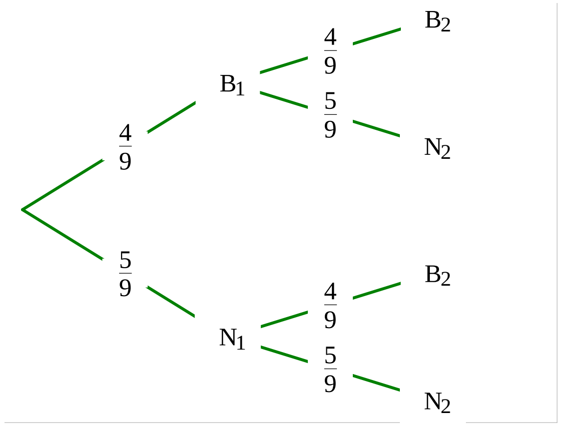
1°) Calculer la probabilité p d'obtenir deux boules de couleurs différentes (valeur exacte).

$$p=\frac{40}{81}$$

Solution détaillée :

On dresse un arbre de probabilités avec les événements

B_1 : « la boule tirée lors du premier tirage est blanche » ;
N_1 : « la boule tirée lors du premier tirage est blanche » ;
B_2 : « la boule tirée lors du deuxième tirage est blanche » ;
N_2 : « la boule tirée lors du deuxième tirage est blanche ».



$$\begin{aligned}p&=P\left(\mathrm{B}_1\cap\mathrm{N}_2\right)+P\left(\mathrm{N}_1\cap\mathrm{B}_2\right)\\&=\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}\\&=\frac{20}{81}+\frac{20}{81}\\&=\frac{40}{81}\end{aligned}$$

2°) On répète l'expérience aléatoire 400 fois dans des conditions identiques indépendantes.
Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95 % de la fréquence de l'événement E : « obtenir deux boules de couleurs différentes ».

$$\mathrm{I}=\left[0,44\,;\,0,55\right]$$

(borne de droite : valeur décimale approchée au centième par excès ; borne de gauche : valeur décimale approchée au centième par défaut)

Solution détaillée :

Le plus simple est évidemment d'utiliser un programme préalablement installé dans la calculatrice.

Nous détaillons cependant ici la démarche.

On utilise la formule suivante de l'intervalle de fluctuation d'une fréquence :
$\left[p-u_{\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\,;\,p+u_{\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ où u_{α} désigne le réel positif tel que $P\left(-u_{\alpha}\leqslant Z\leqslant u_{\alpha}\right)=1-\alpha$ (Z étant une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite.

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E pour un échantillon de taille n est : $\mathrm{I}_n=\left[p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\,;\,p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$.

Dans notre cas, $n=400$. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E pour un échantillon de taille 400 est : $\mathrm{I}=\left[p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}\,;\,p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}\right]$.

Rappel sur $u_{0,05}$:

Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite.

$u_{0,05}$ est le réel strictement positif tel que $P\left(-u_{0,05}\leqslant Z\leqslant u_{0,05}\right)=0,95$ (2).

$$\begin{aligned}(2)\ &\Leftrightarrow\ 2P\left(Z\leqslant u_{0,05}\right)-1=0,95\\&\Leftrightarrow\ 2P\left(Z\leqslant u_{0,05}\right)=1,95\\&\Leftrightarrow\ P\left(Z\leqslant u_{0,05}\right)=0,975\end{aligned}$$

Pour obtenir $u_{0,05}$ sur la calculatrice (modèle TI), on tape FracNormale(0.975) à l'intérieur des calculs.

On peut aussi prendre 1,96 (valeur donnée dans le cours).

$$p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}=\frac{40}{81}-u_{0,05}\frac{\sqrt{\frac{40}{81}\times\frac{41}{81}}}{20}$$

$$=\frac{40}{81}-u_{0,05}\frac{\sqrt{40\times 41}}{20\times 81}$$

$$=\frac{40}{81}-u_{0,05}\frac{\sqrt{1640}}{1620}$$

$$=0,444831795...$$

$$p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}=\frac{40}{81}+u_{0,05}\frac{\sqrt{\frac{40}{81}\times\frac{41}{81}}}{20}$$

$$=\frac{40}{81}+u_{0,05}\frac{\sqrt{40\times 41}}{20\times 81}$$

$$=\frac{40}{81}+u_{0,05}\frac{\sqrt{1640}}{1620}$$

$$=0,542822525...$$

3°) On répète l'expérience aléatoire n fois (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 1) dans des conditions identiques indépendantes.
Déterminer le plus petit entier naturel n tel que l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E ait une amplitude inférieure ou égale à 0,01.

38 409 (un seul résultat, sans égalité, sans expliquer)

Solution détaillée :

On utilise la formule suivante de l'intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil $1-\alpha$:
$\left[p-u_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\;;\;p+u_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ où u_α désigne le réel positif tel que $P(-u_\alpha \leqslant Z \leqslant u_\alpha)=1-\alpha$ (Z étant une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite.

L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E pour un échantillon de taille n est : $\mathrm{I}_n=\left[p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\;;\;p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$.

Son amplitude est donc égale à $2u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

On cherche les entiers naturels n tel que $2u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\leqslant 0,01$ (1).

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{n}\geqslant\frac{2u_{0,05}\times\sqrt{p(1-p)}}{0,01}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{n}\geqslant 200u_{0,05}\times\sqrt{p(1-p)}$$

$$\Leftrightarrow n\geqslant 40000\times\left(u_{0,05}\right)^2\times p(1-p)$$

$$\Leftrightarrow n\geqslant 40000\times\left(u_{0,05}\right)^2\times\frac{40}{81}\times\frac{41}{81}$$

$$\Leftrightarrow n\geqslant 40000\times\left(u_{0,05}\right)^2\times\frac{40}{81}\times\frac{41}{81}$$

$$\Leftrightarrow n\geqslant\frac{65600000}{6561}\times\left(u_{0,05}\right)^2$$

On calcule $\frac{65600000}{6561}\times\left(u_{0,05}\right)^2$ à l'aide de la calculatrice.

Sur la calculatrice (modèle TI), on tape FracNormale(0.975) ^2 ∗ 65600000/6561

On obtient : $\frac{65600000}{6561}\times\left(u_{0,05}\right)^2=38408,7332...$.

Ainsi, la plus petite valeur de n telle que l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E ait une amplitude inférieure ou égale à 0,01 est 38 409.

Autre méthode (moins précise, mais le résultat était admis quand même) :

On prend 1,96 comme valeur approchée de $u_{0,05}$.

On est conduit à chercher les entiers naturels n tels que l'on ait $2\times 1,96\times\sqrt{\frac{\frac{40}{81}\times\frac{41}{81}}{n}}\leqslant 0,01$ (1).

$$(1)\Leftrightarrow\frac{2\times 1,96\times\sqrt{40\times 41}}{81n}\leqslant 0,01$$

$$\Leftrightarrow\frac{2\times 1,96\times\sqrt{40\times 41}}{81}\leqslant 0,01\sqrt{n}$$

$$\Leftrightarrow n\geqslant\frac{(2\times 1,96)^2\times 40\times 41}{81^2\times 0,01^2}$$

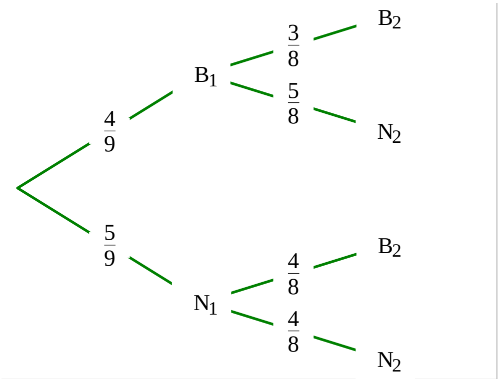
D'après la calculatrice, on a $\frac{(2\times 1,96)^2\times 40\times 41}{81^2\times 0,01^2}=38410,144...$.

Avec cette méthode, on donnait 38411 pour réponse.

4°) Reprendre les questions précédentes en supposant que les tirages sont effectués sans remise.

$$\frac{40}{72}=\frac{5}{9}\ ;\ \mathrm{I}=\left[0,50\ ;0,61\right]\ ;\ 37\ 940$$

① On dresse un arbre de probabilités.



$$\begin{aligned}p&=P\left(\mathrm{B}_1\cap\mathrm{N}_2\right)+P\left(\mathrm{N}_1\cap\mathrm{B}_2\right)\\&=\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\\&=\frac{20}{72}+\frac{20}{72}\\&=\frac{40}{72}\\&=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

② L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E pour un échantillon de taille 400 est : $\left[p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}\ ;\ p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}\right]$.

$$\begin{aligned}p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}&=\frac{5}{9}-u_{0,05}\frac{\sqrt{\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}}}{20}\\&=\frac{5}{9}-u_{0,05}\frac{2\sqrt{5}}{9\times 20}\\&=\frac{5}{9}-u_{0,05}\frac{\sqrt{5}}{90}\\&=0,506859858...\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}&=\frac{5}{9}+u_{0,05}\frac{\sqrt{\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}}}{20}\\&=\frac{5}{9}+u_{0,05}\frac{2\sqrt{5}}{9\times 20}\\&=\frac{5}{9}+u_{0,05}\frac{\sqrt{5}}{90}\\&=0,604251252...\end{aligned}$$

③ L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E pour un échantillon de taille n est : $\mathrm{I}_n=\left[p-u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p+u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$.

Son amplitude est donc égale à $2u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

On cherche les entiers naturels n tel que $2u_{0,05}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\leqslant 0,01$ (1).

$$\begin{aligned}(1)&\Leftrightarrow\ \sqrt{n}\geqslant\frac{2u_{0,05}\times\sqrt{p(1-p)}}{0,01}\\&\Leftrightarrow\ \sqrt{n}\geqslant 200u_{0,05}\times\sqrt{p(1-p)}\\&\Leftrightarrow\ n\geqslant 40000\times\left(u_{0,05}\right)^2\times p(1-p)\\&\Leftrightarrow\ n\geqslant 40000\times\left(u_{0,05}\right)^2\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}\\&\Leftrightarrow\ n\geqslant\frac{800000}{81}\times\left(u_{0,05}\right)^2\end{aligned}$$

Avec la calculatrice, on obtient : $\frac{160000}{81}\times\left(u_{0,05}\right)^2=37940,3340...$

Ainsi, la plus petite valeur de n telle que l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, de la fréquence de l'événement E ait une amplitude inférieure ou égale à 0,01 est 37 941.

II.

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables. Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués.

1°) On suppose que l'affirmation du vendeur est vraie.
Déterminer l'intervalle de fluctuation I asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de taille 280.

$$\mathrm{I} = [0,54\,;0,66]$$

2°) Parmi les dossiers prélevés, 120 correspondent à des appartements rentables.
Déterminer la fréquence observée d'appartements rentables dans l'échantillon prélevé.

$$f = \frac{3}{7} \text{ (un seul résultat)}$$

3°) Doit-on rejeter l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier la réponse à l'aide des résultats précédents. On répondra à l'aide d'une phrase.

$f \approx 0,43$ (valeur arrondie au millième)
On constate que $f \notin \mathrm{I}$ donc on rejette l'affirmation du responsable avec un risque de 5 %.

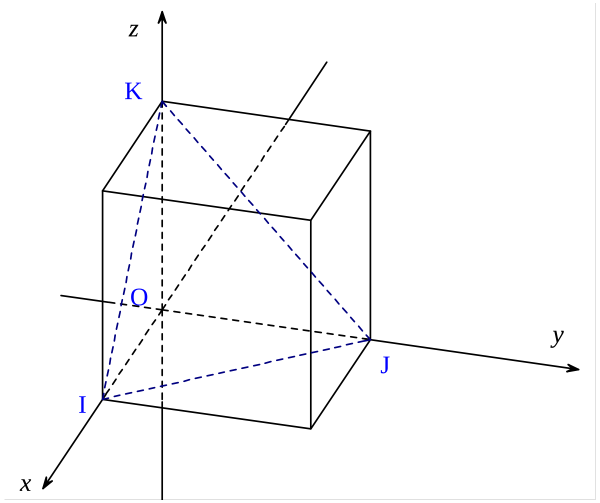
III.

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, I, J, K).
On considère le cube *S* construit sur les axes du repère dont 4 sommets sont les points O, I, J, K.
On note *Z* le tétraèdre OIJK (faces comprises).

1°) Calculer le volume V de *Z*.

$$\mathrm{V} = \frac{1}{6} \text{ u. v.}$$

Solution détaillée :



$$\begin{aligned}\mathrm{V} &= \frac{\mathcal{A}_{\mathrm{OIJ}} \times \mathrm{OK}}{3} \\ &= \frac{\frac{\mathrm{OI} \times \mathrm{OJ}}{2} \times \mathrm{OK}}{3} \\ &= \frac{\frac{1 \times 1}{2} \times 1}{3} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{3} \\ &= \frac{1}{6} \text{ u. v.}\end{aligned}$$

2°) On choisit 600 points au hasard à l'intérieur du cube *S*.

Déterminer, à l'aide de la loi binomiale, l'intervalle de fluctuation au seuil approximatif de 95 % de la fréquence des points appartenant à *Z*. Donner les bornes sous forme fractionnaire.

$$\left[\frac{82}{600}\,;\frac{118}{600}\right] \text{ ou } \left[\frac{41}{300}\,;\frac{59}{300}\right]$$

On utilise la loi binomiale de paramètres $n = 600$ et $p = \frac{1}{6}$ (on obtient cette valeur en effectuant le quotient du volume du tétraèdre sur le volume du cube).

On vérifie que *p* appartient bien à l'intervalle de fluctuation.

3°)

a) On note L le sommet du cube *S* de coordonnées (1 ; 1 ; 1) ; L est le sommet opposé au point O dans le cube.
Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OL}}$ est un vecteur normal au plan (IJK).

$\overrightarrow{\mathrm{OL}}\left|\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}\right.$ $\quad\overrightarrow{\mathrm{IJ}}\left|\begin{matrix}-1\\1\\0\end{matrix}\right.$ $\quad\overrightarrow{\mathrm{IK}}\left|\begin{matrix}-1\\0\\1\end{matrix}\right.$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OL}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{IJ}} &= 1 \times (-1) + 1 \times 1 + 1 \times 0 \\ &= -1 + 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{OL}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$ sont orthogonaux.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OL}\cdot\overrightarrow{IK} &= 1\times 0+1\times(-1)+1\times 1\\ &= 0\end{aligned}$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{OL}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont orthogonaux.

De plus les droites (IJ) et (IK) sont deux droites sécantes incluses dans le plan (IJK).

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, alors elle est orthogonale à ce plan.
On en déduit que (OL) est orthogonale au plan (IJK) et par suite, que le vecteur $\overrightarrow{OL}$ est normal au plan (IJK).

En déduire une équation cartésienne du plan (IJK). On ne demande pas les détails du calcul.

$$x+y+z-1=0$$

b) Écrire un système de trois inéquations qui caractérise *S* et un système de quatre inéquations qui caractérise *Z*.

$$S\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 1\\ 0\leqslant y\leqslant 1\\ 0\leqslant z\leqslant 1\end{cases}\qquad Z\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 1\\ 0\leqslant y\leqslant 1\\ 0\leqslant z\leqslant 1\\ x+y+z\leqslant 1\end{cases}$$

Pour caractériser la zone *Z*, on utilise le cours sur les demi-espaces.
On cherche une inéquation qui caractérise le demi-espace fermé de frontière (IJK) contenant le point O.
On sait que le plan (IJK) détermine deux demi-espaces fermés.
L'un est caractérisé par l'inéquation $x+y+z-1\leqslant 0$; l'autre est caractérisé par l'inéquation $x+y+z-1\geqslant 0$.
On utilise la méthode du point-test avec le point O (origine du repère). On sait que le point O est dans la zone *Z*.

On a : $x_O+y_O+z_O-1=-1$ donc $x_O+y_O+z_O-1\leqslant 0$.
Le demi-espace fermé de frontière (IJK) contenant O est donc caractérisé par l'inéquation $x+y+z-1\leqslant 0$ qui est équivalente à $x+y+z\leqslant 1$.

c) On désire réaliser un algorithme permettant d'entrer un entier naturel $n\geqslant 1$, de choisir *n* points de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ au hasard à l'intérieur du cube *S* et d'afficher en sortie la fréquence de ceux qui sont situés dans *Z*.
Compléter l'algorithme suivant :

Entrée :
Saisir *n*

Initialisation :
a prend la valeur 0

Traitement:
Pour *i* entier naturel allant de 1 à *n* **Faire**
  x prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  y prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  z prend la valeur d'un réel aléatoire dans l'intervalle $[0\,;1]$
  s prend la valeur $x+y+z$
  Si $s\leqslant 1$
    Alors *a* prend la valeur $a+1$
  FinSi
FinPour

Sortie :
Afficher $\dfrac{a}{n}$

Bonus (à ne traiter à la fin que si tout le reste a été fait et s'il reste du temps) :

Réaliser le programme sur calculatrice puis le faire tourner 10 fois pour $n=100$.
Écrire l'échantillon de taille 10 obtenu (c'est-à-dire donner la liste des 10 fréquences obtenues).

0,19 ; 0,15 ; 0,22 ; 0,19 ; 0,2 ; 0,13 ; 0,15 ; 0,14 ; 0,12 ; 0,14

L'énoncé ne demandait rien de faire avec cette liste.

IV.

Une association de consommateurs décide d'estimer la proportion de personnes satisfaites par l'utilisation d'une crème de beauté qui vient d'être lancée sur le marché. Elle réalise un sondage parmi les personnes utilisant ce produit. Sur 140 personnes interrogées, 99 se déclarent satisfaites.
Estimer, par intervalle de confiance au niveau 95 %, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.
On demande de rédiger.

La taille de l'échantillon est $n=140$.
On constate que $n\geqslant 30$ (condition à vérifier *a priori*).

La fréquence obtenue est $f=\dfrac{99}{140}$.

L'intervalle de confiance au niveau 95 % de la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.

est $\mathrm{I}=\left[\dfrac{99}{140}-\dfrac{1}{\sqrt{140}}\,;\,\dfrac{99}{140}+\dfrac{1}{\sqrt{140}}\right]$.

Posons $a=\dfrac{99}{140}-\dfrac{1}{\sqrt{140}}$.

La valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut de a est 0,622.

Posons $b=\dfrac{99}{140}+\dfrac{1}{\sqrt{140}}$.

La valeur décimale approchée d'ordre 3 par excès de b est 0,792.

L'intervalle I est donc inclus dans l'intervalle $\mathrm{J}=\left[0{,}622\,;\,0{,}792\right]$.

On vérifie que $n\times a\geqslant 5$ et que $n\times(1-b)\geqslant 5$ (conditions à vérifie *a posteriori* : $n\times p_{\text{min}}\geqslant 5$ et $n\times(1-p_{\text{max}})\geqslant 5$).

On peut donc donner l'intervalle $\left[0{,}622\,;\,0{,}792\right]$ pour intervalle de confiance au niveau 95 % de la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.

On se garde bien d'écrire $\mathrm{I}=\left[0{,}622\,;\,0{,}792\right]$ car, du point de vue mathématique, c'est faux.