

I. Une entreprise souhaite lancer une nouvelle crème hydratante sur le marché. Une étude de marché a montré que, sur les 10 000 clients potentiels situés près du magasin, la probabilité qu'un client achète ce produit est $p = 0,06$. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de clients qui achète ce nouveau produit. On suppose que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10000$ et $p = 0,06$.

1°) Combien de clients cette entreprise peut-elle espérer avoir pour ce nouveau produit ?

2°) L'entreprise perd de l'argent si elle a moins de 550 clients, mais ses contraintes de production sont telles qu'elle ne doit pas avoir plus de 700 clients.

Calculer la probabilité que le nombre de clients soit compris entre 550 et 700.

On donnera la valeur arrondie au millième.

3°) Le directeur décide de lancer ce produit seulement si le risque que le nombre de clients ne soit pas dans l'intervalle $[550 ; 700]$ est inférieur ou égal à 2 %.

Quelle va être la décision ?

II. On suppose qu'une action cotée à la bourse de Paris coûte 50 euros le 15 janvier 2011. Chaque jour, on considère que l'action a une probabilité $p = 0,53$ d'augmenter de 3,5 % et une probabilité $1 - p$ de baisser de 3,4 %.

On note $u = 1,035$ et $d = 0,966$ les coefficients multiplicateurs de hausse et de baisse de l'action. Les variations d'un jour à l'autre sont considérées comme indépendantes.

Le but de cet exercice est de calculer la probabilité que l'action ait un cours supérieur ou égal à 60 euros le 25 janvier 2011.

Partie 1 : Étude du cours sur 3 jours

1°) Faire avec soin, sur une demi-page, un arbre de probabilité à 3 niveaux [nœud de base : cours du 15 janvier (50 euros) ; premier niveau : cours du 16 janvier ; deuxième niveau : cours du 17 janvier ; troisième niveau : cours du 18 janvier].

Mettre le cours de l'action sur les nœuds (valeurs arrondies au centième).

2°) Calculer la probabilité de l'événement A : « Le cours de l'action est supérieur ou égal à 54 euros le 18 janvier 2011 ».

3°) On achète une action à 50 euros le 15 janvier 2011 et on la vend le 18 janvier 2011.

Calculer la probabilité de l'événement B : « Le bénéfice réalisé est positif ou nul ».

Partie 2 : Étude du cours sur 10 jours

On se place le 25 janvier 2011. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de hausses de l'action pendant ces jours (du 15 au 25 janvier 2011).

1°) Quelle loi suit X ? Donner ses paramètres.

2°) Soit S le cours de l'action en euros le 25 janvier 2011.

On suppose que l'action a augmenté k fois ($0 \leq k \leq 10$) pendant ces 10 jours.

Exprimer S en fonction de u , d et k .

3°) Déterminer à l'aide de la calculatrice les entiers naturels k tels que $0 \leq k \leq 10$ et $S \geq 60$.

4°) En déduire la probabilité de l'événement ($S \geq 60$). On donnera la valeur arrondie au millième.

Corrigé du DM pour le 8-6-2015

I.

1°)

$$P(500 \leq X \leq 700) = P(X \leq 700) - P(X \leq 549)$$

`binomFRép(10000,0.06,700) - binomFRép(10000,0.06,549)`

0.9841699619

3°) $1 - P(500 \leq X \leq 700)$

On obtient l'affichage suivant : 0,0158300381.

II.

Partie 2

2°)

Sur les 10 jours, 10 variations au total.

k hausses de 3,5 %

$10 - k$ baisses de 3,4 %.

Chaque hausse de 3,5 % se traduit par une multiplication par u .

Chaque baisse de 3,4 % se traduit par une multiplication par d .

$$S = 50 \times u^k \times d^{10-k} = 50 \times 1,035^k \times 0,966^{10-k}$$

3°)

On rentre la fonction de $f: x \mapsto 50 \times 1,035^x \times 0,966^{10-x}$.

On cherche un tableau de valeurs avec un pas de 1.

On obtient les valeurs de k suivantes : 8 ; 9 ; 10.

4°)

$$\begin{aligned} P(S \geq 60) &= P(X \geq 8) \\ &= P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) \\ &= 1 - P(X \leq 7) \end{aligned}$$

Sur calculatrice TI, on tape : `1 - binomFRép(10, 0.53, 7)` ou `1 - binomcdf(10, 0.53, 7)`.

On obtient l'affichage : 0,0791470088.

Donc $P(S \geq 60) \approx 0,079$ (valeur arrondie au millième)

Question oubliée :

5°) Calculer la probabilité de réaliser un bénéfice.