Pourcentages d'augmentation et de diminution

I. Règle

• Si on applique une augmentation de t % à une valeur de départ x, la valeur finale est égale à : $x\left(1+\frac{t}{100}\right)$.

• Si on applique une diminution de t % à une valeur de départ x, la valeur finale est égale à : $x\left(1-\frac{t}{100}\right)$.

II. Vocabulaire

• Dans le cas d'une augmentation de t %, le nombre $1+\frac{t}{100}$ est appelé le **coefficient multiplicateur** (associé à cette augmentation de t %).

• Dans le cas d'une diminution de t %, le nombre $1-\frac{t}{100}$ est appelé le **coefficient multiplicateur** (associé à cette diminution de t %).

Remarques :

• Le coefficient multiplicateur associé à une diminution est compris entre 0 et 1.

• Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation est supérieur à 1.

III. Démonstration

• **1er cas : augmentation de *t* %**

$$x+x\times\frac{t}{100}=x\left(1+\frac{t}{100}\right)$$

• **2^{e} cas : diminution de *t* %**

$$x-x\times\frac{t}{100}=x\left(1-\frac{t}{100}\right)$$

IV. Exemples

Coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 30 % : $1+\frac{30}{100}=1,3$

Coefficient multiplicateur associé à une diminution de 30 % : $1-\frac{30}{100}=0,7$

Remarque : Un coefficient multiplicateur s'écrit plutôt sous forme décimale.

V. Exercices

Situation 1 : Une personne place 1 000 euros à la banque le 1er janvier 2015. Les intérêts de ce placement sont capitalisés au taux annuel de 3 %.

Calculer le capital disponible le 1er janvier 2016, le 1er janvier 2017 et le 1er janvier 2018.

Solution :

Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 3 % est égal à $1+\dfrac{3}{100}=1,03$.

1er janvier 2016 : $1000\times1,03=1030$

1er janvier 2017 : $1030\times1,03=1060,9$

1er janvier 2018 : $1060,9\times1,03=1092,727$

Situation 2 : La personne ajoute 100 euros sur son compte chaque année à partir du 1er janvier 2015. Reprendre les questions précédentes.

Solution :

1er janvier 2016 : $1000\times1,03+100=1130$

1er janvier 2017 : $1130\times1,03+100=1263,9$

1er janvier 2018 : $1263,9\times1,03+100=1401,817$

Commentaires :

On pourrait automatiser le calcul facilement grâce à un tableur (Excel).

Les deux situations précédentes peuvent être modélisées par des suites.

La première situation peut être modélisée par la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0=1000$ et de raison $q=1,03$.
u_n désigne le montant en euros disponible en l'année $2015+n$.

La deuxième situation peut être modélisée par la suite arithmético-géométrique (v_n) ainsi définie : $v_0=1000$ et $v_{n+1}=1,03v_n+100$.
v_n désigne le montant en euros disponible en l'année $2015+n$.

On peut aisément programmer ces deux suites dans la calculatrice.