1$^{\text{ère}}$ S1

Test du mardi 13 janvier 2015 (10 minutes)

Calculatrice non autorisée

Prénom et nom : ……………………………………………………………………………

Note : ….. / 20

I. …….. / 9 **II.** …….. / 6 **III.** …….. / 5

I. Calculer les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^4$; $B=\dfrac{\frac{3}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}}$; $C=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+2\right)$.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

II. On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{4}x(x-3)^2$.

Calculer $f\left(\sqrt{2}\right)$ et $f\left(3-2\sqrt{2}\right)$.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

III. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x < x\sqrt{2}-1$ (1).

Corrigé du test du 13-1-2015

I.

$$A=\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^4$$
$$=\left(3\sqrt{2}\right)^2$$
$$=18$$

$$B=\frac{\frac{3}{\cancel{\sqrt{5}}}}{\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}$$
$$=3$$

$$C=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+2\right)$$
$$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)$$
$$=\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2\right)\left(\left(\sqrt{5}\right)^2-2^2\right)$$
$$=(3-2)(5-4)$$
$$=1\times1$$
$$=1$$

II.

$$f\left(\sqrt{2}\right)=\frac{1}{4}\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right)^2$$
$$=\frac{1}{4}\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right)^2$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(2-6\sqrt{2}+9\right)$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(11-6\sqrt{2}\right)$$

$$f\left(3-2\sqrt{2}\right)=\frac{3-2\sqrt{2}}{4}\times\left(-2\sqrt{2}\right)^2$$
$$=\frac{3-2\sqrt{2}}{4}\times8$$
$$=\frac{3-2\sqrt{2}}{\cancel{4}}\times\cancel{4}\times2$$
$$=6-4\sqrt{2}$$

III.

Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x < x\sqrt{2} - 1$ (1).

(1) est successivement équivalente à :

$$x - x\sqrt{2} < -1$$
$$\left(1-\sqrt{2}\right)x < -1$$
$$x > -\frac{1}{1-\sqrt{2}} \quad \text{(car } 1-\sqrt{2} < 0 \text{ donc on change le sens de l'inégalité)}$$
$$x > -\frac{1+\sqrt{2}}{-1}$$
$$x > 1+\sqrt{2}$$

Soit S l'ensemble des solutions de (1).

$$S = \left]1+\sqrt{2}\ ;+\infty\right[$$

Comment pouvait-on savoir que $1-\sqrt{2} < 0$?

Deux méthodes possibles :

- $\sqrt{2} = 1{,}414...$ à savoir

- $1 < 2$ donc $\sqrt{1} < \sqrt{2}$ soit $1 < \sqrt{2}$ d'où $1-\sqrt{2} < 0$.