1ère S1

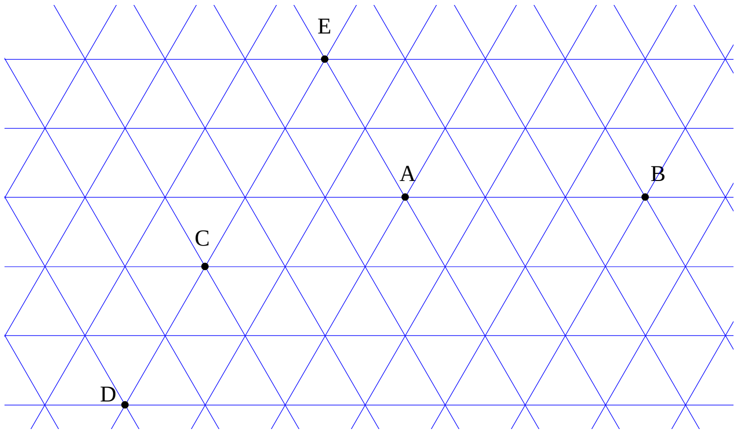
Contrôle du vendredi 6 février 2015 (45 min)

Prénom : …………………………… **Nom :** ……………………………

Note : …. / 20

I. (4 points)

On considère le maillage du plan ci-dessous constitué de triangles équilatéraux ayant tous pour côté 1.



Ne rien écrire sur la figure.

Calculer les produits scalaires suivants.

On détaillera sur les lignes qui suivent le calcul de $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AE}$ (en utilisant les notations géométriques adéquates).

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{CD} =$ ……… $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{BA} =$ ……… $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AE} =$ ……… $\overrightarrow{CD} \bullet \overrightarrow{DC} =$ ………

………

………

………

………

………

II. (3 points)

Soit $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé d'origine O.

On note A, B, A', B' les points de coordonnées respectives (1 ; 0), (0 ; 1), (– 1 ; 0), (0 ; – 1).

Soit x un réel quelconque. On note M son image sur $\mathcal{C}$ (cf. figure 1).

Les points marqués sont les sommets du rectangle dont un sommet est M et dont les côtés sont parallèles aux axes.

Ne rien faire sur la figure 1 ; le point M est positionné toujours au même endroit sur les autres figures.

Marquer en rouge les images de $-5\pi - x$, $8\pi - x$, $x - 13\pi$ sur les figures 2, 3, 4 (un point par figure).

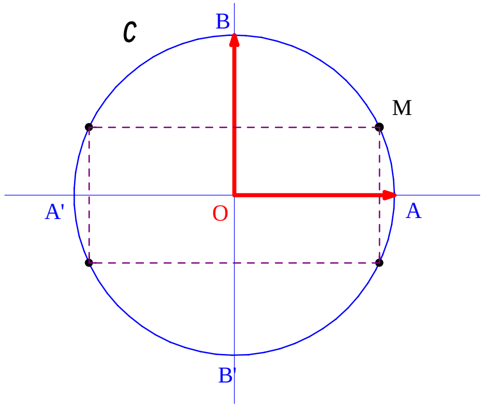


Fig. 1

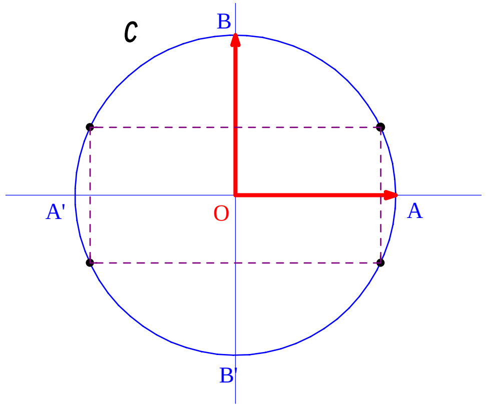


Fig. 2

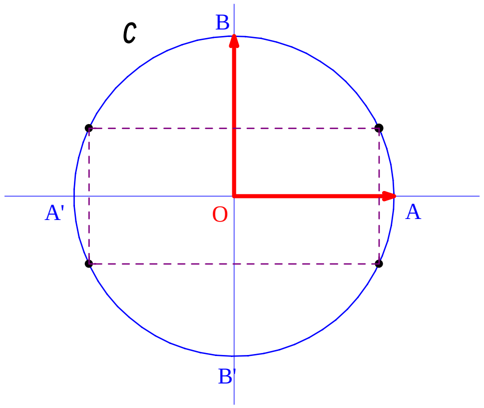


Fig. 3

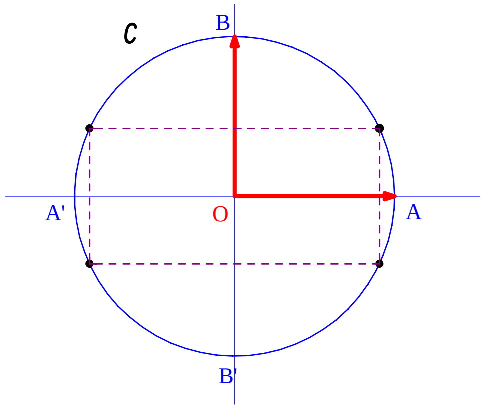


Fig. 4

III. (2 points)

Soit x un réel quelconque. Simplifier l'expression $E = \cos(x + \pi) \times \cos(-x) - \sin(\pi - x) \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

………

………

………

IV. (2 points)

Calculer les valeurs exactes de $\cos\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$. Détailler la démarche.

……..

……..

……..

……..

……..

V. (4 points)

Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les expressions suivantes :

$A=\cos(7\pi-x)+3\sin(x-3\pi)+\sin(x+3\pi)$; $B=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$; $C=\sin(x+3\pi)+\cos\left(x-\frac{5\pi}{2}\right)$

$D=\sin(x+\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$.

On détaillera les calculs de A et B. Écrire les résultats de C et D sans détailler.

……..

……..

……..

……..

……..

……..

……..

……..

VI. (6 points)

Deux villes A et B ont décidé de lancer un programme de construction de logements sociaux neufs à partir de 2009.
En 2009, il y avait 1980 logements sociaux dans la ville A et 1700 dans la ville B.
La ville A prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 5 par an ; la ville B prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 2 % par an.

Partie 1

Pour tout entier naturel n, on note a_n le nombre total de logements sociaux dans la ville A l'année $2009+n$. On a donc $a_0=1980$.

1°) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. En déduire la nature de la suite (a_n) (donner toutes les précisions utiles).

$a_{n+1}=$........................ (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (a_n) est ……………………………………………………………………………………………

……

2°) Calculer le nombre total de logements sociaux dans la ville A en 2020.

……………………. (un seul résultat, sans égalité)

Partie 2

Pour tout entier naturel n, on note b_n le nombre total de logements sociaux dans la ville B l'année $2009+n$. On a donc $b_0=1700$.

1°) Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n. En déduire la nature de la suite (b_n) (donner toutes les précisions utiles).

$b_{n+1}=$........................ (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (b_n) est ……………………………………………………………………………………………

……

2°) Calculer le nombre total de logements sociaux dans la ville B en 2020.

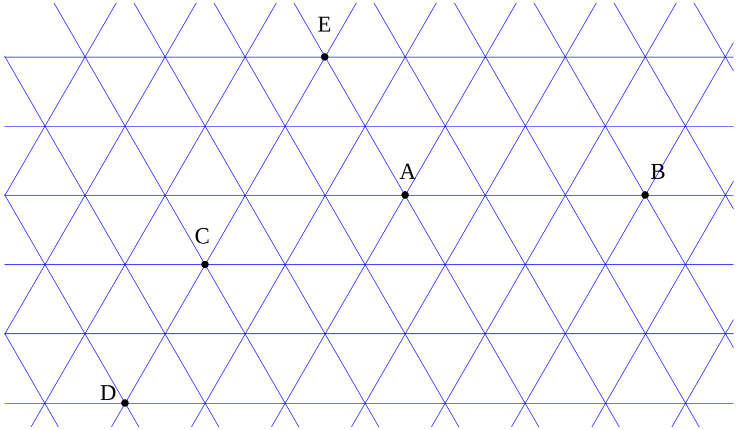
……………………. (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)

Corrigé du contrôle du 6-2-2015

Le barème est sur 21.

I.

On considère le maillage du plan ci-dessous constitué de triangles équilatéraux ayant tous pour côté 1.



Ne rien écrire sur la figure.

Calculer les produits scalaires suivants.
On détaillera sur les lignes qui suivent le calcul de $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ (en utilisant les notations géométriques adéquates).

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=-3$ $\quad$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}=-9$ $\quad$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=-3$ $\quad$ $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{DC}=-4$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont colinéaires de sens contraires donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}=-\mathrm{AB}\times\mathrm{AB}=-3\times3=-9$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=\mathrm{AB}\times\mathrm{AE}\times\cos\widehat{\mathrm{BAE}}=3\times2\times\cos120°=3\times2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-3$$

On évite d'utiliser les normes puisqu'il s'agit de produits scalaires de vecteurs définis par des points.
On ne met pas de parenthèses après le cos.

II.

Soit $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé d'origine O.
On note A, B, A', B' les points de coordonnées respectives (1 ; 0), (0 ; 1), (– 1 ; 0), (0 ; – 1).
Soit x un réel quelconque. On note M son image sur $\mathcal{C}$ (cf. figure 1).
Les points marqués sont les sommets du rectangle dont un sommet est M et dont les côtés sont parallèles aux axes.
Ne rien faire sur la figure 1 ; le point M est positionné toujours au même endroit sur les autres figures.
Marquer en rouge les images de $-5\pi-x$, $8\pi-x$, $x-13\pi$ sur les figures 2, 3, 4 (un point par figure).

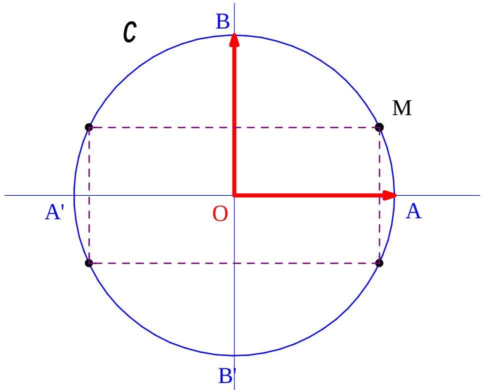


Fig. 1

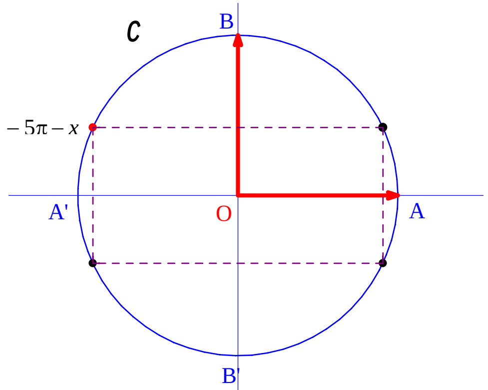


Fig. 2

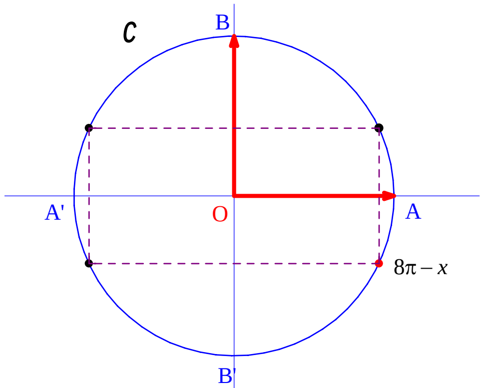


Fig. 3

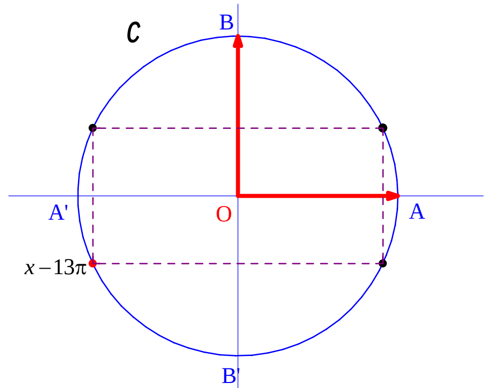


Fig. 4

III.

Soit x un réel quelconque. Simplifier l'expression $\mathrm{E}=\cos(x+\pi)\times\cos(-x)-\sin(\pi-x)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

$$\begin{aligned}\mathrm{E}&=-\cos x\times\cos x-\sin x\times\sin x\\&=-\cos^2 x-\sin^2 x\\&=-\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)\\&=-1\end{aligned}$$

IV.

Calculer les valeurs exactes de $\cos\left(-\dfrac{23\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\dfrac{23\pi}{6}\right)$. Détailler la démarche.

$$\cos\left(-\frac{23\pi}{6}\right)=\cos\left(-\frac{24\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(-4\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{23\pi}{6}\right)=\sin\left(-\frac{24\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(-4\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

V.

Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les expressions suivantes :

$A=\cos(7\pi-x)+3\sin(x-3\pi)+\sin(x+3\pi)$; $B=\sin\left(\dfrac{7\pi}{2}+x\right)-2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$; $C=\sin(x+3\pi)+\cos\left(x-\dfrac{5\pi}{2}\right)$

$D=\sin(x+\pi)+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

On détaillera les calculs de A et B. Écrire les résultats de C et D sans détailler.

On utilise une formule de trigonométrie à chaque fois.

$$\begin{aligned}
A&=\cos(7\pi-x)+3\sin(x-3\pi)+\sin(x+3\pi)\\
&=\cos(6\pi+\pi-x)+3\sin(x-2\pi+\pi)+\sin(x+2\pi+\pi)\\
&=\cos(\pi-x)+3\sin(x-\pi)+\sin(x+\pi)\\
&=-\cos x+3\sin\left[-(\pi-x)\right]-\sin x\\
&=-\cos x-3\sin(\pi-x)-\sin x\\
&=-\cos x-4\sin x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B&=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)-2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\\
&=\sin\left(4\pi-\frac{\pi}{2}+x\right)-2\sin x\\
&=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-2\sin x\\
&=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-2\sin x\\
&=-\cos x-2\sin x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C&=\sin(x+3\pi)+\cos\left(x-\frac{5\pi}{2}\right)\\
&=\sin(x+2\pi+\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}-2\pi\right)\\
&=\sin(x+\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\\
&=-\sin x+\cos\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]\\
&=-\sin x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\\
&=-\sin x+\sin x\\
&=0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D&=\sin(x+\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\\
&=-\sin x+\cos\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]\\
&=-\sin x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\\
&=-\sin x+\sin x\\
&=0
\end{aligned}$$

VI.

Deux villes A et B ont décidé de lancer un programme de construction de logements sociaux neufs à partir de 2009.
En 2009, il y avait 1980 logements sociaux dans la ville A et 1700 dans la ville B.
La ville A prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 5 par an ; la ville B prévoit d'augmenter son nombre de logements sociaux de 2 % par an.

Partie 1

Pour tout entier naturel n, on note a_n le nombre total de logements sociaux dans la ville A l'année $2009+n$. On a donc $a_0=1980$.

1°) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. En déduire la nature de la suite (a_n) (donner toutes les précisions utiles).

$a_{n+1}=a_n+5$ (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (a_n) est une suite arithmétique de raison $r=5$ et de premier terme $a_0=1980$.

2°) Calculer le nombre total de logements sociaux dans la ville A en 2020.

2035 (un seul résultat, sans égalité)

Partie 2

Pour tout entier naturel n, on note b_n le nombre total de logements sociaux dans la ville B l'année $2009+n$. On a donc $b_0 = 1700$.

1°) Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n. En déduire la nature de la suite (b_n) (donner toutes les précisions utiles).

$b_{n+1} = 1,02 \times b_n$ (un seul résultat, sans expliquer)

La suite (b_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme $b_0 = 1700$.

2°) Calculer le nombre total de logements sociaux dans la ville B en 2020.

2114 (un seul résultat arrondi à l'unité, sans égalité)