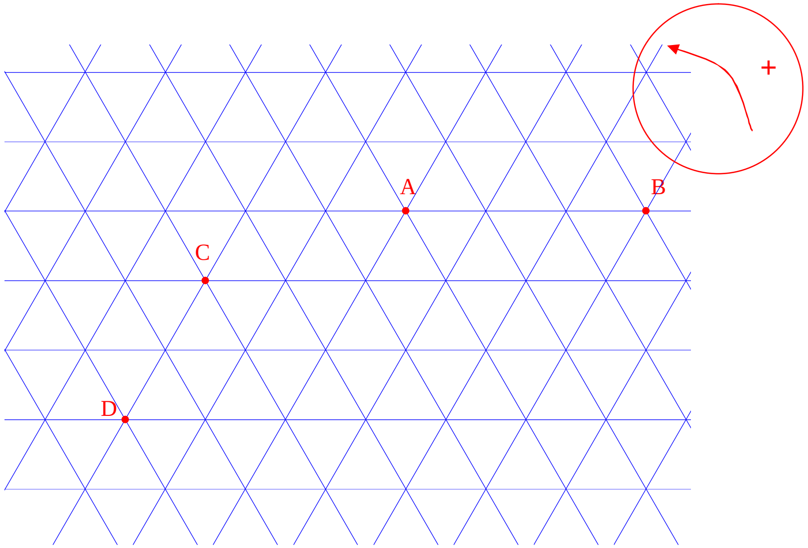
$1^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 23 janvier 2015 (40 min)

Prénom : ……………………………..…… **Nom :** ……………………………...…… **Note : …. / 20**

I. (1 point)

Dans le plan orienté, on considère le maillage ci-dessous constitué de triangles équilatéraux isométriques.



Placer le point E tel que l'on a ait $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AE}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ et $\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)=\dfrac{\pi}{3}$.

Laisser les traits de construction apparents et marquer les mesures $-\dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{\pi}{3}$.

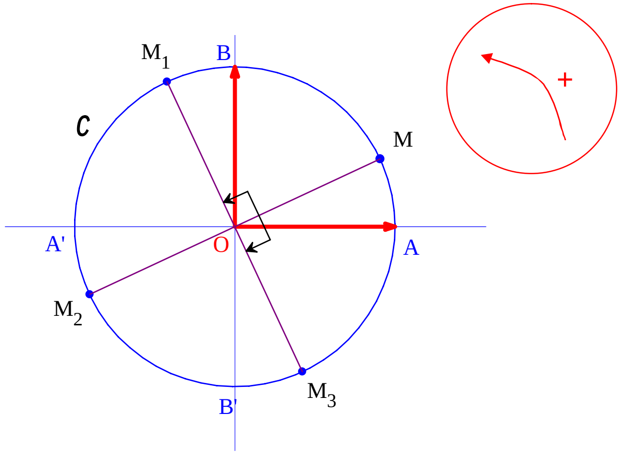
II. (5 points)

Le plan orienté est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.
On note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique et on considère les points A(1 ; 0), B(0 ; 1), A'(– 1 ; 0), B' (0 ; – 1).
Les trois questions sont indépendantes.

1°) Soit x et y deux réels quelconques.
On note M et N les images respectives de x et y sur $\mathcal{C}$.
Donner sans justifier une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{ON}\right)$ en fonction de x et y.

……………………… (un seul résultat, sans égalité)

2°) Soit M un point de $\mathcal{C}$ associé à un réel x.
Donner un réel en fonction de x associé à chacun des points M_1, M_2, M_3 sur la figure ci-dessous.
Il n'est pas demandé de justifier.
Ne rien écrire sur la figure.



M_1 : …………………… M_2 : …………………… M_3: ……………………

3°) Soit M un point de $\mathcal{C}$ associé à un réel x. On note N le point de $\mathcal{C}$ associé à $x+\dfrac{\pi}{3}$.

Compléter la phrase :

N est l'image de M par la rotation de centre …… et d'angle ……. .

III. (2 points)

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$.

Compléter les égalités suivantes en donnant à chaque fois une mesure en radians.

$\left(\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=$ .... (un seul résultat) $\left(-\vec{v}\,;\vec{u}\right)=$ .... (un seul résultat)

IV. (8 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^2-x-1}{x+1}$ définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

1°) Calculer $f'(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}\quad f'(x)=$ .... (un seul résultat)

On donnera un seul résultat écrit sous la forme d'un quotient dont le numérateur est factorisé.

2°) Compléter la phrase :

f' s'annule en ………………………………………… .

3°) Étudier dans un même tableau le signe de $f'(x)$ et les variations de *f*.
On calculera au brouillon les extremums locaux.
On tracera les traits, flèches de variations, barres de fraction à la règle.

V. (2 points)

1°) Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 13$ et de raison $-\dfrac{1}{2}$.

$u_{50} = $.............

2°) Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 20$ et de raison $-\dfrac{1}{2}$.

$v_9 = $............. (résultat en fraction irréductible)

VI. (2 points : 1°) 1 point ; 2°) 1 point)

On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel.
On précise que les variables *n*, *u*, *i* sont des entiers naturels et que la valeur de *n* saisie en entrée doit être supérieure ou égale à 1.
On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.

Entrée :
Saisir *n*

Initialisation :
u prend la valeur 2

Traitement :
Pour *i* variant de 1 à *n* **Faire**
   | *u* prend la valeur 5*u*
FinPour

Sortie :
Afficher *u*

1°) Faire tourner « à la main » cet algorithme lorsque l'on saisit la valeur 4 en entrée en remplissant le tableau suivant.

i		1	2	3	4
u	2	…………..	…………..	…………..	…………..

Quelle est la valeur de *u* affichée en sortie ?

………………… (une seule réponse, sans faire de phrase)

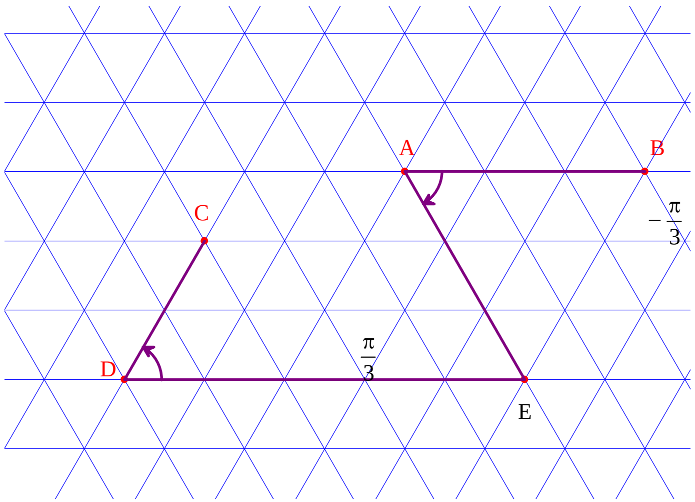
2°) Exprimer en fonction de *n* la valeur de la variable *u* affichée en sortie.

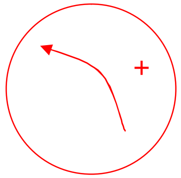
………………… (une seule réponse, sans faire de phrase, sans égalité)

Corrigé du contrôle du 23-1-2015

I.

Dans le plan orienté, on considère le maillage ci-dessous constitué de triangles équilatéraux isométriques.





Placer le point E tel que l'on a ait $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AE}\right)=-\frac{\pi}{3}$ et $\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{3}$.

Laisser les traits de construction apparents et marquer les mesures $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$.

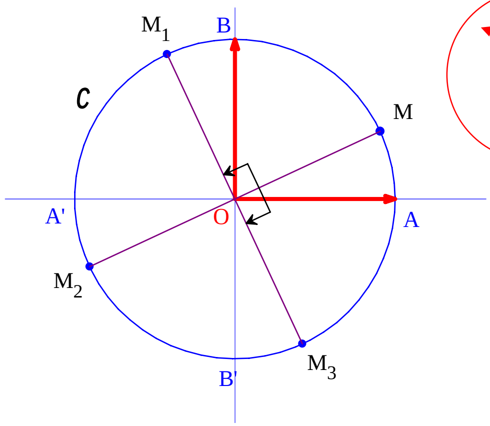
II.

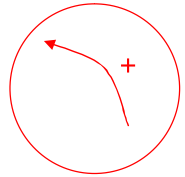
Le plan orienté est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.
On note $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique et on considère les points A(1 ; 0), B(0 ; 1), A'(– 1 ; 0), B' (0 ; – 1).
Les trois questions sont indépendantes.

1°) Soit x et y deux réels quelconques.
On note M et N les images respectives de x et y sur $\mathcal{C}$.
Donner sans justifier une mesure en radians de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{ON}\right)$ en fonction de x et y.

$y-x$ (un seul résultat, sans égalité)

2°) Soit M un point de $\mathcal{C}$ associé à un réel x.
Donner un réel en fonction de x associé à chacun des points M_1, M_2, M_3 sur la figure ci-dessous.
Il n'est pas demandé de justifier.
Ne rien écrire sur la figure.





M_1 : $x+\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ M_2 : $x+\pi$ $\qquad$ M_3 : $x-\frac{\pi}{2}$ ou $x+\frac{3\pi}{2}$

3°) Soit M un point de $\mathcal{C}$ associé à un réel x. On note N le point de $\mathcal{C}$ associé à $x+\frac{\pi}{3}$.
Compléter la phrase :

N est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

III.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)=-\frac{\pi}{3}$.
Compléter les égalités suivantes en donnant à chaque fois une mesure en radians.

$\left(\vec{u}\,;-\vec{v}\right)=\frac{2\pi}{3}$ (un seul résultat) $\qquad$ $\left(-\vec{v}\,;\vec{u}\right)=-\frac{2\pi}{3}$ (un seul résultat)

On peut aussi répondre : $\left(-\vec{v}\,;\vec{u}\right)=\frac{4\pi}{3}$.

IV.

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2-x-1}{x+1}$ définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

1°) Calculer $f'(x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\} \quad f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2} \text{ (un seul résultat)}$$

On donnera un seul résultat écrit sous la forme d'un quotient dont le numérateur est factorisé.

2°) Compléter la phrase :

$f\,'$ s'annule en 0 et en – 2.

3°) Étudier dans un même tableau le signe de $f\,'(x)$ et les variations de *f*.
On calculera au brouillon les extremums locaux.
On tracera les traits, flèches de variations, barres de fraction à la règle.

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
Signe de x		–		–		–	0^{num}	+	
Signe de $x+2$		–	0^{num}	+		+		+	
Signe de $(x+1)^2$		+		+	$0^{\text{dén}}$	+		+	
Signe de $f\,'(x)$		+	0^{num}	–	‖	–	0^{num}	+	
Variations de *f*		↗	-5	↘	‖	↘	-1	↗	

On vérifie les variations en utilisant la calculatrice graphique.

V.

1°) Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 13$ et de raison $-\dfrac{1}{2}$.

$$u_{50} = -12$$

2°) Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 20$ et de raison $-\dfrac{1}{2}$.

$$v_9 = -\frac{5}{128} \quad \text{(résultat en fraction irréductible)}$$

On attendait la valeur exacte comme je l'ai dit durant le contrôle.

VI.

On considère l'algorithme ci-dessous rédigé en langage naturel.
On précise que les variables *n*, *u*, *i* sont des entiers naturels et que la valeur de *n* saisie en entrée doit être supérieure ou égale à 1.
On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.

Entrée :
Saisir *n*

Initialisation :
u prend la valeur 2

Traitement :
Pour *i* variant de 1 à *n* **Faire**
    u prend la valeur 5*u*
FinPour

Sortie :
Afficher *u*

1°) Faire tourner « à la main » cet algorithme lorsque l'on saisit la valeur 4 en entrée en remplissant le tableau suivant.

i		1	2	3	4
u	2	10	50	250	1250

Quelle est la valeur de *u* affichée en sortie ?

1250 (une seule réponse, sans faire de phrase)

2°) Exprimer en fonction de *n* la valeur de la variable *u* affichée en sortie.

2×5^n (une seule réponse, sans faire de phrase, sans égalité)