



Prénom et nom :

Note : / 20

I. Calculer $(\sqrt{2}+1)^3$ et $5-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$.

II. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2\sqrt{x}-1=0$ (1).

III. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $x(1+\sqrt{2})<2$ (2).

Corrigé du test du 9-12-2014

I. Calculer $(\sqrt{2}+1)^3$ et $5-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$.

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}+1)^3 &= (\sqrt{2})^3 + 3 \times (\sqrt{2})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{2} \times 1^2 + 1^3 \\ &= 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 \\ &= 7 + 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 &= 5 - \left((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \right) \\ &= 5 - (2 - 2\sqrt{6} + 3) \\ &= 5 - (5 - 2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

II. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2\sqrt{x} - 1 = 0$ (1).

(1) est successivement équivalente à :

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= \frac{1}{2} \\ x &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ x &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Soit S_1 l'ensemble des solutions de (1).

$$S_1 = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

III. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $x(1+\sqrt{2}) < 2$ (2).

(2) est successivement équivalente à :

$$\begin{aligned}x &< \frac{2}{1+\sqrt{2}} \quad (\text{on divise les deux membres par } 1+\sqrt{2} \text{ et } 1+\sqrt{2} > 0) \\ x &< \frac{2(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} \\ x &< \frac{2(1-\sqrt{2})}{-1} \\ x &> 2\sqrt{2} - 2\end{aligned}$$

Soit S_2 l'ensemble des solutions de (2).

$$S_2 =]-\infty; 2\sqrt{2} - 2[$$