$1^{\text{ère}}$ S1

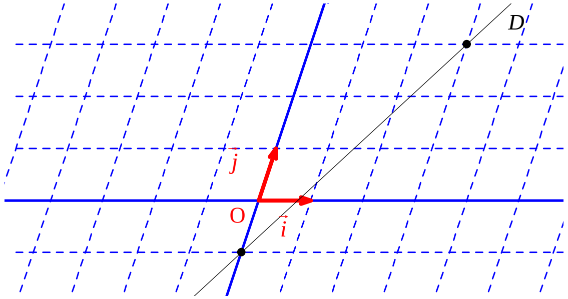
Test du mercredi 19 novembre 2014 (20 minutes)

Prénom et nom : ………………………………

Note : ….. / 20

Dans les exercices **I** à **III**, le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

I. (4 points)



1°) Lire graphiquement le coefficient directeur de la droite *D*.

Le coefficient directeur de *D* est égal à ……… (un seul résultat, sans égalité).

2°) Tracer sur le graphique la droite D' passant par A(5 ; – 1) et de coefficient directeur $-\dfrac{2}{3}$.

II. (1 point)

Donner sans justifier les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite D_m d'équation cartésienne $(3+m)x-(1-m)y+2m-1=0$ où m est un réel.

Le vecteur $\vec{u}$(……………… ; ………………) est un vecteur directeur de D_m.

III. (2 points)

On considère les points A(2 ; – 5) et B(4 ; 1).
Calculer les coordonnées du milieu I de [AB].

Attention à la présentation des calculs ; tirer les traits de fractions à la règle. On demande seulement deux égalités.

$$\mathrm{I}\left|\begin{array}{l} x_{\mathrm{I}} = \\ \\ y_{\mathrm{I}} = \end{array}\right.$$

IV. (4 points)

Soit EFG un triangle.
On munit le plan du repère $\mathcal{R} = \left(\mathrm{E}, \overrightarrow{\mathrm{EF}}, \overrightarrow{\mathrm{EG}}\right)$.
Soir I et J les points tels que $\overrightarrow{\mathrm{EI}} = -3\overrightarrow{\mathrm{GE}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EJ}} = \overrightarrow{\mathrm{FE}} - 2\overrightarrow{\mathrm{GE}}$.

Donner en justifiant les coordonnées des points I et J dans le repère $\mathcal{R}$ (une seule ligne de justification à chaque fois).

………

………

………

………

………

V. (5 points)

Soit A et B deux points du plan. On note M le point tel que $2\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 3\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \vec{0}$.
Exprimer $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

VI. (4 points)

On considère le système (I) $\begin{cases} kx + y = 3 \\ x + ky = -1 \end{cases}$ où k est un réel donné.

1°) Calculer le déterminant du système (I).

2°) Déterminer pour quelles valeurs de k le système (I) admet un unique couple solution.

On rédigera cette question sous la forme d'une chaîne d'équivalences. On adoptera le modèle de rédaction suivant à recopier et compléter :

(I) admet un unique couple solution si et seulement si ………………………..

si et seulement si ………………………..

si et seulement si ………………………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

………..

Remarques dites à l’oral

Remarque pour l’exercice **I** :

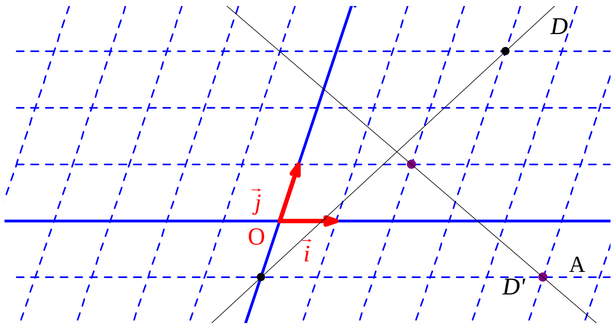
On n’écrit pas les fractions avec des barres obliques.

Remarque pour l’exercice **VI** :

On n’utilise pas des lettres qui n’ont pas été définies auparavant.

Corrigé du test du 19-11-2014

I. (4 points)



1°) Lire graphiquement le coefficient directeur de la droite *D*.

Le coefficient directeur de *D* est égal à $\frac{4}{3}$ (un seul résultat, sans égalité).

2°) Tracer sur le graphique la droite D' passant par A(5 ; – 1) et de coefficient directeur $-\frac{2}{3}$.

II. (1 point)

Donner sans justifier les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite D_m d'équation cartésienne $(3+m)x-(1-m)y+2m-1=0$ où m est un réel.

Le vecteur $\vec{u}(1-m\,;3+m)$ est un vecteur directeur de D_m.

On ne met pas de parenthèses autour de $1-m$ et de $3+m$.

III. (2 points)

On considère les points A(2 ; – 5) et B(4 ; 1).
Calculer les coordonnées du milieu I de [AB].

Attention à la présentation des calculs ; tirer les traits de fractions à la règle. On demande seulement deux égalités.

$$\mathrm{I}\left|\begin{array}{l} x_{\mathrm{I}}=\dfrac{2+4}{2}=3 \\ \\ y_{\mathrm{I}}=\dfrac{-5+1}{2}=-2 \end{array}\right.$$

IV. (4 points)

Soit EFG un triangle.
On munit le plan du repère $\boldsymbol{R}=\left(\mathrm{E},\overrightarrow{\mathrm{EF}},\overrightarrow{\mathrm{EG}}\right)$.
Soit I et J les points tels que $\overrightarrow{\mathrm{EI}}=-3\overrightarrow{\mathrm{GE}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EJ}}=\overrightarrow{\mathrm{FE}}-2\overrightarrow{\mathrm{GE}}$.

Donner en justifiant les coordonnées des points I et J dans le repère $\boldsymbol{R}$ (une seule ligne de justification à chaque fois).

Cet exercice n'a pas été correctement traité par un certain nombre d'élèves.
Il s'agit cependant d'un exercice fondamental qui nécessite de bien connaître et d'avoir bien compris la définition des coordonnées d'un point dans un repère.

On rappelle que, dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$,

M a pour coordonnées $(x\,;y)$ signifie que $\overrightarrow{\mathrm{OM}}=x\vec{i}+y\vec{j}$ (égalité vectorielle fondamentale définissant les coordonnées d'un point dans un repère).

On adapte à la situation présente.

Le plan est muni du repère $\boldsymbol{R}=\left(\mathrm{E},\overrightarrow{\mathrm{EF}},\overrightarrow{\mathrm{EG}}\right)$.
L'origine du repère est E.
Le vecteur unité de l'axe des abscisses $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$.
Le vecteur unité de l'axe des ordonnées est $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$.

On ne parle pas du tout des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ puisque l'énoncé n'en parle pas.

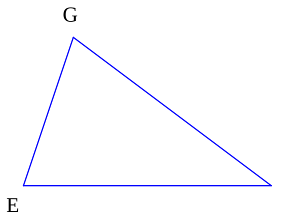
• Pour obtenir les coordonnées de I dans le repère $\boldsymbol{R}$, on doit exprimer $\overrightarrow{\mathrm{EI}}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$.
On a : $\overrightarrow{\mathrm{EI}}=3\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ soit $\overrightarrow{\mathrm{EI}}=0\overrightarrow{\mathrm{EF}}+3\overrightarrow{\mathrm{EG}}$.

On en déduit que le point I a pour coordonnées $(0\,;3)$ dans le repère $\boldsymbol{R}$.

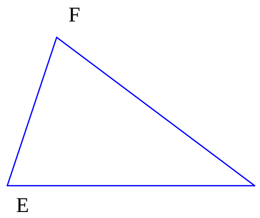
• Pour obtenir les coordonnées de J dans le repère $\boldsymbol{R}$, on doit exprimer $\overrightarrow{\mathrm{EJ}}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$.
On a : $\overrightarrow{\mathrm{EJ}}=\overrightarrow{\mathrm{FE}}-2\overrightarrow{\mathrm{GE}}$ soit $\overrightarrow{\mathrm{EJ}}=-\overrightarrow{\mathrm{EF}}+2\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ ou encore $\overrightarrow{\mathrm{EJ}}=-1\overrightarrow{\mathrm{EF}}+2\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ (sachant que le 1 n'est normalement pas écrit).

On en déduit que le point J a pour coordonnées $(-1\,;2)$ dans le repère $\boldsymbol{R}$.

Pour la disposition des points, prendre



et pas



On ne pose pas : $\overrightarrow{EF}=\vec{i}$ et $\overrightarrow{EG}=\vec{j}$.

Quelques élèves n'ont pas bien compris qu'on donne des points puis qu'on définit un repère à l'aide de ces points et non le contraire (on ne donne pas un repère puis des points dans ce repère).
Un élève, par exemple, a tracé sur sa feuille de brouillon deux axes sécants en un point E (en plus, il les a tracés orthogonaux), puis il a placé un point F sur l'axe des abscisses et un point G sur l'axe des ordonnées.

Voici quelques démarches que j'ai relevées :

Félix Vuillaume :

$\overrightarrow{EI}=3\overrightarrow{EG}$

Or $\overrightarrow{EG}$ détermine l'unité des ordonnées donc I(0 ; 3).

$\overrightarrow{EJ}=-\overrightarrow{EF}+2\overrightarrow{EG}$

Or $\overrightarrow{EF}$ détermine l'unité des abscisses donc J(– 1 ; 2).

Capucine de Montgolfier :

Dans le repère, les points E, F, G sont de coordonnées E(0 ; 0), F(1 ; 0), G(0 ; 1).

$\overrightarrow{EI}=-3\overrightarrow{GE}$

$\quad =3\overrightarrow{EG}$

Donc $3\vec{j}$ car $\overrightarrow{EG}=\vec{j}$

Ainsi I(0 ; 3).

$\overrightarrow{EJ}=\overrightarrow{FE}-2\overrightarrow{GE}$

$\quad =2\overrightarrow{EG}-\overrightarrow{EF}$

$\quad =2\vec{i}-\vec{j}$ car $\overrightarrow{EF}=\vec{j}$

Ainsi J(2 ; – 1)

Soline Legendre :

$\overrightarrow{EF}$ est sur l'axe des abscisses donc $\overrightarrow{EF}$(1 ; 0).

$\overrightarrow{EG}$ est sur l'axe des ordonnées donc $\overrightarrow{EG}$(0 ; 1).

Clémence Daniel

$\overrightarrow{EG}\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$ $\qquad$ $\overrightarrow{GE}\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$

On part de E et on fait $-3\overrightarrow{GE}$ c'est-à-dire I(- 3 ; 0).

$\overrightarrow{FE}\left|\begin{matrix}0\\-1\end{matrix}\right.$ et $\overrightarrow{GE}\left|\begin{matrix}-1\\0\end{matrix}\right.$

$-2\overrightarrow{GE}=2\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EG}\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$

$2\overrightarrow{EG}\left|\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right.$

On part de E. On descend de – 1 et on avance de 2 donc J(2 ; - 1).

Marius Siwertz :

$\overrightarrow{EI}(0\,;3)$ $\qquad$ $\overrightarrow{EJ}(-1;2)$

Bruno d'Aunay :

Remarque sur la disposition des points E, F, G ci-dessus.

Raphaëlle Wauquiez :

L'axe des ordonnées étant $\overrightarrow{EG}$.

Clara Hérissé :

Inutile $E\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ $\qquad$ $F\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$ $\qquad$ $G\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right.$

$\overrightarrow{EI}=3\overrightarrow{EG}$

Or $\overrightarrow{EG}$ détermine l'unité des ordonnées donc I(0 ; 3).

$\overrightarrow{EJ}=-\overrightarrow{EF}+2\overrightarrow{EG}$

Or $\overrightarrow{EF}$ détermine l'unité des abscisses donc J(– 1 ; 2).

Autre démarche possible :

$$\begin{cases} x_I-0=3\times(0-0)\\ y_I-0=3\times(1-0)\end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I=0\\ y_I=3\end{cases}$$

Mieux

$$\begin{cases} x_I=-3\times 0\\ y_I=-3\times(-1)\end{cases}$$

$$\begin{cases} x_J=-1-2\times 0\\ y_J=0-2\times(-1)\end{cases}$$

$\overrightarrow{EF}$ est sur l'axe des abscisses donc $\overrightarrow{EF}(1\ ;\ 0)$.

$\overrightarrow{EG}$ est sur l'axe des ordonnées donc $\overrightarrow{EG}(0\ ;\ 1)$.

V. (5 points)

Soit A et B deux points du plan. On note M le point tel que $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

$2\overrightarrow{MA}+3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}$

$2\overrightarrow{MA}+3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}$

$2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$-5\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

VI. (5 points)

On considère le système (I) $\begin{cases} kx+y=3 \\ x+ky=-1 \end{cases}$ où k est un réel donné.

1°) Calculer le déterminant du système (I).

2°) Déterminer pour quelles valeurs de k le système (I) admet un unique couple solution.

On rédigera cette question sous la forme d'une chaîne d'équivalences. On adoptera le modèle de rédaction suivant à recopier :

(I) admet un unique couple solution si et seulement si ………………………..

si et seulement si ………………………..

si et seulement si ………………………..

Cet exercice n'a pas été correctement traité par de nombreux élèves.
Les élèves n'ont pas réussi à écrire correctement le déterminant du système car ils n'arrivaient pas à déterminer les coefficients du système (difficulté avec le k, difficulté avec le 1 qui n'est pas écrit).

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un système admette un unique couple solution n'a pas non plus non plus été correctement apprise par de nombreux élèves.

1°)

Le système (I) est un système linéaire de la forme $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ avec :

$a=k \quad b=1 \quad c=3$

$a'=1 \quad b'=k \quad c'=-1$

(coefficients du système).

Les coefficients dépendent d'un paramètre k.

Il s'agit d'un *système linéaire de deux équations à deux inconnues avec paramètre*.

On demande une condition nécessaire et suffisante portant sur k pour que le système (I) admette un unique couple solution.
On ne demande pas de trouver ce couple.

Le déterminant du système (I) est $\begin{vmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{vmatrix}=k\times k-1\times 1=k^2-1$.

2°)

On sait d'après une propriété du cours qu'un système linéaire de deux équations à deux inconnues admet un unique couple solution si et seulement si son déterminant est non nul.

(I) admet un unique couple solution si et seulement si son déterminant est non nul

si et seulement si $k^2-1\neq 0$

si et seulement si $k\neq 1$ et $k\neq -1$

On a obtenu la condition nécessaire et suffisante portant sur k pour que le système (I) admette un unique couple solution.