1$^{\text{ère}}$ S1

Test du vendredi 19 décembre 2014 (10 minutes)

Prénom et nom : ………………………………………………………… **Note : ….. / 20**

Barème : **I.** sur 8 points ; **II.** sur 6 points ; **III.** sur 6 points

---

I. On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2 + 4$.

1°) Calculer $f\left(-2\sqrt{3}\right)$ et $f\left(1+\sqrt{2}\right)$ (détailler les calculs).

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

2°) Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) de 1 par *f*.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3°) Donner sans justifier l'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $f(x) > 0$.

$S =$ ……………………………………………

II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$ (1).

III. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x\left(1-\sqrt{2}\right) < -1$ (2).

Corrigé du test du 19-12-2014

I. On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2+4$.

1°) Calculer $f\left(-2\sqrt{3}\right)$ et $f\left(1+\sqrt{2}\right)$.

$$\begin{aligned} f\left(-2\sqrt{3}\right) &= -\left(-2\sqrt{3}\right)^2+4 \\ &= -12+4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(1+\sqrt{2}\right) &= -\left(1+\sqrt{2}\right)^2+4 \\ &= -\left(1+2\sqrt{2}+2\right)+4 \\ &= 1-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

2°) Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) de 1 par *f*.

Les antécédents de 1 par *f* sont les solutions de l'équation $f(x)=1$.

Cette équation est successivement équivalente à :

$x^2=3$
$x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$

Les antécédents de 1 par *f* sont $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.

3°) Donner sans justifier l'ensemble *S* des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $f(x)>0$.

L'inéquation $f(x)>0$ s'écrit $-x^2+4>0$.

Cette inéquation est équivalente à :

$4-x^2>0$
$(2+x)(2-x)>0$

On dresse ensuite un tableau de signes.

$S=\left]-2\,;2\right[$

Une autre façon (plus rapide) consiste à dire que $4-x^2$ est un polynôme dus second degré.
Le coefficient placé devant le x^2 est strictement négatif. On applique la règle du signe d'un trinôme et on obtient directement l'ensemble des solutions de l'inéquation.

II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$ (1).

(1) est successivement équivalente à :

$x=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ (car $\sqrt{2}-1>0$)
$x=3-2\sqrt{2}$

Soit S_1 l'ensemble des solutions de (1).

$S_1=\left\{3-2\sqrt{2}\right\}$

III. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x\left(1-\sqrt{2}\right)<-1$ (2).

(2) est successivement équivalente à :

$x>-\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$ (car $1-\sqrt{2}<0$ donc on change le sens de l'inégalité)

$x>-\dfrac{1+\sqrt{2}}{-1}$

$x>1+\sqrt{2}$

Soit S_2 l'ensemble des solutions de (2).

$S_2=\left]1+\sqrt{2}\,;+\infty\right[$

Comment pouvait-on savoir que $1-\sqrt{2}<0$?

Deux méthodes possibles :

- $\sqrt{2}=1,414...$ à savoir

- $1<2$ donc $\sqrt{1}<\sqrt{2}$ soit $1<\sqrt{2}$ d'où $1-\sqrt{2}<0$.