1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du mardi 16 décembre 2014 (50 min)

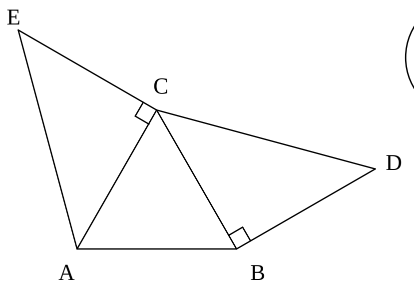
Prénom : ………………………………..…… **Nom :** ……………………………..……

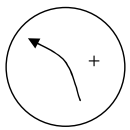
Note : …. / 20

I. (4 points)

On se place dans le plan orienté. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral direct ; ACE et BDC sont des triangles rectangles et isocèles directs.
Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :

a) $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{CE}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{AE}\,;\overrightarrow{AB}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BD}\right)$.





a) $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)=$ ……….. b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{CE}\right)=$ ……….. c) $\left(\overrightarrow{AE}\,;\overrightarrow{AB}\right)=$ ……….. d) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BD}\right)=$ ………..

Faire apparaître sur la figure ci-dessus, en utilisant le codage spécifique aux angles orientés, les mesures données précédemment pour les angles orientés du a) et du c). Ne pas tracer les vecteurs.

II. (2 points)

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme ... ».

…..………

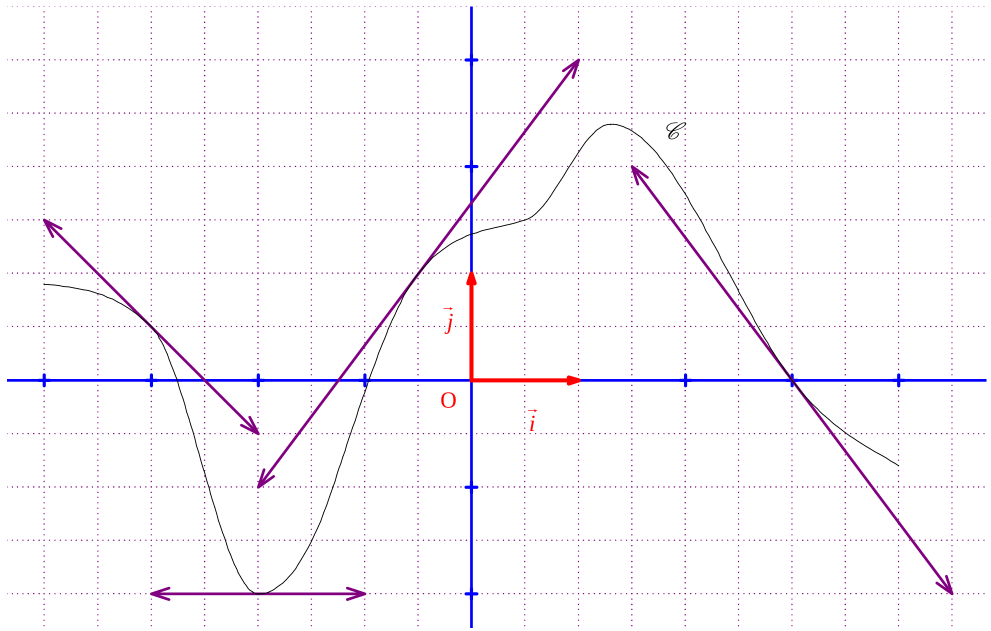
…..………

2°) Donner, sans justifier, toutes les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartiennent à l'intervalle $[18\pi\,;26\pi]$.

……………………………………………………………..……… (écrire la liste sans faire de phrases)

III. (4 points)

On donne sur le graphique ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On précise que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $\left(-3\,;\dfrac{1}{2}\right)$, $(-2\,;-2)$, $\left(-\dfrac{1}{2}\,;1\right)$, $(3\,;0)$ et admet en chacun de ces points une tangente tracée sur le graphique.



Lire graphiquement les valeurs de $f'(-3)$, $f'(-2)$, $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$, $f'(3)$.

$f'(-3)=$ ……….. $f'(-2)=$ ……….. $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=$ ……….. $f'(3)=$ ………..

IV. (4 points)

Dans chaque cas, donner l'expression de $f'(x)$.
Aucun détail de calcul n'est demandé.
La forme attendue dans chaque cas est précisée ci-dessous.

1°) Donner le résultat sous la forme d'un quotient ; ne pas développer le dénominateur.

2°) Donner le résultat sous forme factorisée.

3°) Donner le résultat sous forme développée réduite.

4°) Donner le résultat sous la forme d'un quotient ; développer et réduire le numérateur ; ne pas développer le dénominateur.

Tracer les barres de fractions à la règle.

1°) $f(x)=\dfrac{2-3x}{2x-1}$ $\qquad f'(x)=$ ....

2°) $f(x)=3(1-4x)^8$ $\qquad f'(x)=$ ....

3°) $f(x)=(x^2+1)(-2x^3+3x-4)$ $\qquad f'(x)=$ ....

4°) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-x+3}$ $\qquad f'(x)=$ ....

V. (3 points)

On considère la fonction $f: x \mapsto x^3-5x-1$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Calculer $f'(x)$ sans expliquer.

$f'(x)=$ .... (un seul résultat)

2°) Déterminer les coordonnées du (ou des) point(s) de $\mathscr{C}$ en lequel (lesquels) la tangente est parallèle à la droite Δ d'équation $y=x+4$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

VI. (3 points)

Un magasin propose de tirer des photos sur papier au tarif de 0,16 € la photo pour les 75 premières photos, puis 0,12 € la photo pour les photos suivantes.

Écrire un algorithme en « langage naturel » qui demande à l'utilisateur d'entrer le nombre N de tirages photos commandés et qui afficher en sortie le montant à payer en euros.

Respecter les règles habituelles de rédaction d'un algorithme en « langage naturel ».

On rappelle la formulation d'une instruction d'affectation : « *a* prend la valeur ……. ».

Il n'est pas demandé pas de programmer cet algorithme sur la calculatrice.

Variables :

Entrée :

Traitement :

Sortie :

Indication donnée à l'oral :

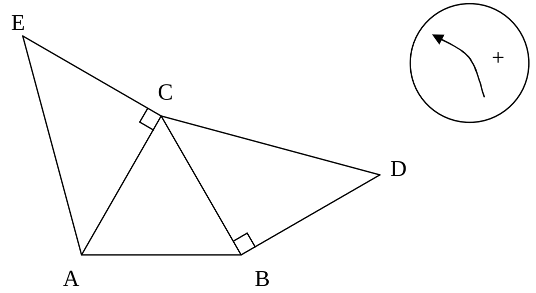
VI. La 75^{e} photo coûte 0,16 €.

Corrigé du contrôle du 16-12-2014

I.

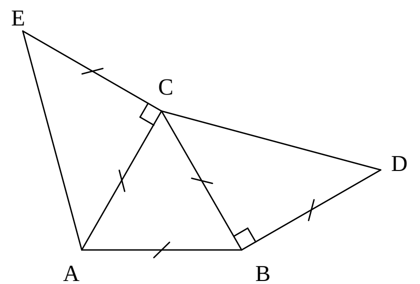
On se place dans le plan orienté. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral direct ; ACE et BDC sont des triangles rectangles et isocèles directs.
Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :

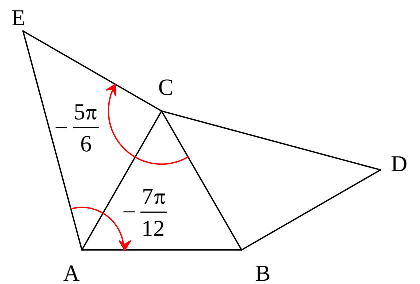
a) $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{CE}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{AE}\,;\overrightarrow{AB}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BD}\right)$.



a) $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)=-\dfrac{5\pi}{6}$ b) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{CE}\right)=\dfrac{\pi}{2}$ c) $\left(\overrightarrow{AE}\,;\overrightarrow{AB}\right)=-\dfrac{7\pi}{12}$ d) $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BD}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$

Faire apparaître sur la figure ci-dessus, en utilisant le codage spécifique aux angles orientés, les mesures données précédemment pour les angles orientés du a) et du c). Ne pas tracer les vecteurs.





II.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme ... ».

Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme $-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

2°) Donner, sans justifier, toutes les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartiennent à l'intervalle $\left[18\pi\,;26\pi\right]$.

$$\frac{59\pi}{3},\ \frac{65\pi}{3},\ \frac{71\pi}{3},\ \frac{77\pi}{3}$$

On ajoute à $-\dfrac{\pi}{3}$ des multiples entiers de 2π de sorte que l'on obtienne des valeurs comprises dans l'intervalle $\left[18\pi\,;26\pi\right]$.

$-\dfrac{\pi}{3}+20\pi=\dfrac{59\pi}{3}$

$-\dfrac{\pi}{3}+22\pi=\dfrac{65\pi}{3}$

$-\dfrac{\pi}{3}+24\pi=\dfrac{71\pi}{3}$

$-\dfrac{\pi}{3}+26\pi=\dfrac{77\pi}{3}$

Remarques :

$-\dfrac{\pi}{3}+18\pi$ est inférieur à 18π donc on commence à $-\dfrac{\pi}{3}+20\pi$.

En fait, on « prend » $-\dfrac{\pi}{3}$ et on ajoute 2π jusqu'à arriver à une valeur toujours inférieure ou égale à 26π.

Autre manière :

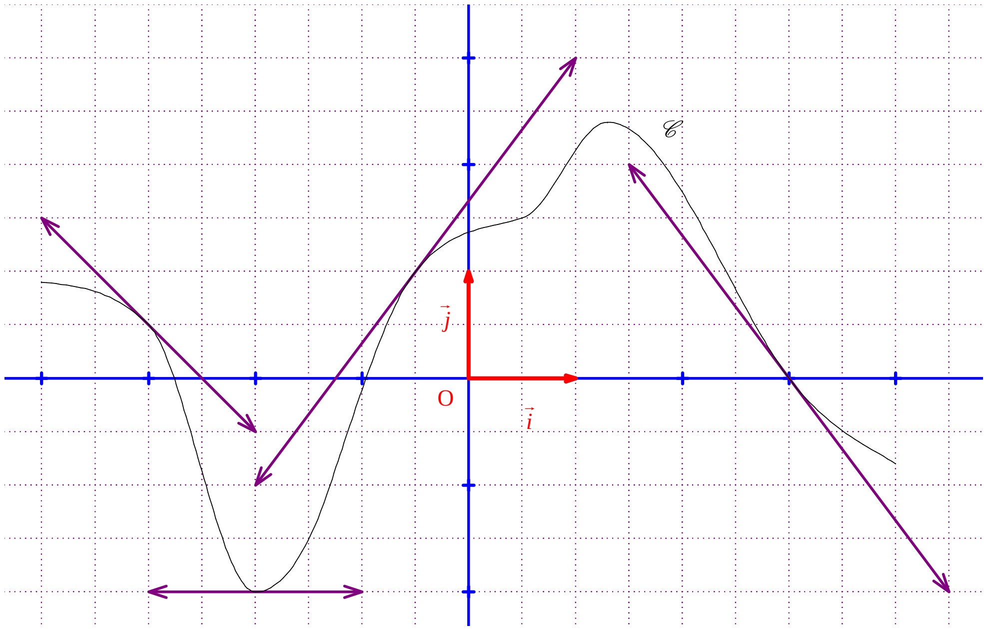
On découpe l'intervalle $\left[18\pi\,;26\pi\right]$ en plusieurs intervalles d'amplitude 2π :

$\left[18\pi\,;20\pi\right]$, $\left[20\pi\,;22\pi\right]$; $\left[22\pi\,;24\pi\right]$, $\left[24\pi\,;26\pi\right]$

$-2\pi\leqslant-\dfrac{\pi}{3}\leqslant0$ donc $20\pi-2\pi\leqslant20\pi-\dfrac{\pi}{3}\leqslant20\pi$ soit $18\pi\leqslant\dfrac{59\pi}{3}\leqslant20\pi$.

III.

On donne sur le graphique ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On précise que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $\left(-3\,;\frac{1}{2}\right)$, $(-2\,;-2)$, $\left(-\frac{1}{2}\,;1\right)$, $(3\,;0)$ et admet en chacun de ces points une tangente tracée sur le graphique.



Lire graphiquement les valeurs de $f'(-3)$, $f'(-2)$, $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f'(3)$.

$f'(-3) = -1$ $\qquad$ $f'(-2) = 0$ $\qquad$ $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $f'(3) = -\frac{4}{3}$

Les coordonnées des points ne servent pas.

IV.

Dans chaque cas, donner l'expression de $f'(x)$.
Aucun détail de calcul n'est demandé.
La forme attendue dans chaque cas est précisée ci-dessous.

1°) Donner le résultat sous la forme d'un quotient ; ne pas développer le dénominateur.

2°) Donner le résultat sous forme factorisée.

3°) Donner le résultat sous forme développée réduite.

4°) Donner le résultat sous la forme d'un quotient ; développer et réduire le numérateur ; ne pas développer le dénominateur.

Tracer les barres de fractions à la règle.

1°) $f(x) = \dfrac{2-3x}{2x-1}$ $\qquad$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(2x-1)^2}$

2°) $f(x) = 3(1-4x)^8$ $\qquad$ $f'(x) = -96(1-4x)^7$

3°) $f(x) = \left(x^2+1\right)\left(-2x^3+3x-4\right)$ $\qquad$ $f'(x) = -10x^4+3x^2-8x+3$

4°) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-x+3}$ $\qquad$ $f'(x) = \dfrac{-x^2-2x+4}{\left(x^2-x+3\right)^2}$

On pouvait vérifier les résultats à l'aide de Symbolic sur la calculatrice.

V.

On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - 5x - 1$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $f'(x)$ sans expliquer.

$f'(x) = 3x^2 - 5$ (un seul résultat)

2°) Déterminer les coordonnées du (ou des) point(s) de $\mathscr{C}$ en lequel (lesquels) la tangente est parallèle à la droite Δ d'équation $y = x + 4$.

La droite Δ a pour coefficient directeur 1.

On résout l'équation $f'(x)=1$ (1).

(1) est successivement équivalente à :

$3x^2-5=1$

$3x^2=6$

$x^2=2$

$x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$

$\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à la droite Δ d'équation $y=x+4$ aux points $\text{A}\left(\sqrt{2}\,;-3\sqrt{2}-1\right)$ et $\text{B}\left(-\sqrt{2}\,;3\sqrt{2}-1\right)$.

Les ordonnées des points A et B se calculent très facilement comme suit :

$$\begin{aligned} f\left(\sqrt{2}\right) &= \left(\sqrt{2}\right)^3-5\sqrt{2}-1 \\ &= 2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-1 \\ &= -3\sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(-\sqrt{2}\right) &= \left(-\sqrt{2}\right)^3-5\times\left(-\sqrt{2}\right)-1 \\ &= -2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-1 \\ &= 3\sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

VI.

Un magasin propose de tirer des photos sur papier au tarif de 0,16 € la photo pour les 75 premières photos, puis 0,12 € la photo pour les photos suivantes.

Écrire un algorithme en « langage naturel » qui demande à l'utilisateur d'entrer le nombre N de tirages photos commandés et qui afficher en sortie le montant à payer en euros.

Respecter les règles habituelles de rédaction d'un algorithme en « langage naturel ».

On rappelle la formulation d'une instruction d'affectation : « *a* prend la valeur ……. ».

Il n'est pas demandé pas de programmer cet algorithme sur la calculatrice.

Variables :
N (nombre de photos)
M (montant en euros à payer)

Entrée :
Saisir N

Traitement :
Si $\text{N}\leqslant 75$
    Alors M prend la valeur $0{,}16\text{N}$
    Sinon M prend la valeur $\underbrace{12}_{0{,}16\times 75}+0{,}12\left(\text{N}-75\right)$
FinSi

Sortie :
Afficher M

Remarques :

• On évite d'écrire $\text{N}\in[0\,;75]$ dans l'algorithme.

• Plusieurs élèves ont utilisé une seule variable (N) dans tout l'algorithme. L'algorithme fonctionne mais cela n'est pas très satisfaisant du point du « sens » des variables. Je m'explique : au départ, la variable N désignerait un nombre de photos puis ensuite elle désignerait. On ne peut pas dire que cela soit très clair.