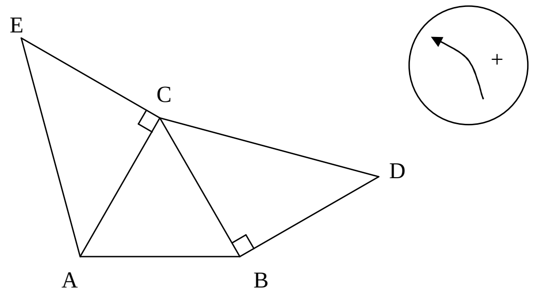
1ère S1

Contrôle du vendredi 5 décembre 2014 (30 min)

Prénom : ……………………………….…… Nom : …………………………...…… **Note :** …. / 20

I. (4 points)

On se place dans le plan orienté. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral direct ; ACE et BDC sont des triangles rectangles et isocèles directs.
Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :
a) $\left(\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CA}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CE}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{BD} ; \overrightarrow{AB}\right)$.



a) $\left(\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AE}\right) =$ ……….. b) $\left(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CA}\right) =$ ……….. c) $\left(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CE}\right) =$ ……….. d) $\left(\overrightarrow{BD} ; \overrightarrow{AB}\right) =$ ………..

Faire apparaître sur la figure ci-dessus, en utilisant le codage spécifique aux angles orientés, les mesures données précédemment pour les trois premiers angles orientés. Ne pas tracer les vecteurs.

II. (6 points)

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u} ; \vec{v}\right) = \dfrac{3\pi}{4}$.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u} ; \vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme ... ».

…..………

…..………

2°) Donner, sans justifier, la plus grande mesure en radians négative de l'angle orienté $\left(\vec{u} ; \vec{v}\right)$.

……………… (un seul résultat)

3°) Donner, sans justifier, la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u} ; \vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $[10\pi ; 12\pi]$.

……………… (un seul résultat)

III. (1 point) Question de cours

Soit f une fonction définie sur intervalle I. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Soit a un réel appartenant à I. On suppose que f est dérivable en a.
On note T la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a.

Compléter la phrase :

T a pour équation ………………………………………………. .

IV. (6 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto 4x - x^2$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$ où h un réel non nul. On donnera le résultat sous forme simplifiée.

…..………

…..………

…..………

…..………

Démontrer que f est dérivable en 3 et donner le nombre dérivé de f en 3.

…..………

…..………

…..………

…..………

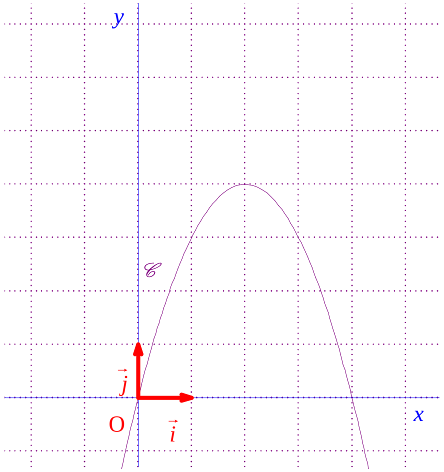
2°) Soit A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 3. On note T la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.

Recopier et compléter la phrase permettant de définir T :

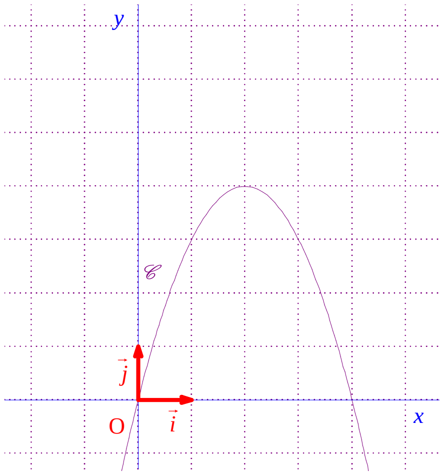
« T est la droite passant par … et de coefficient directeur … . »

…..………

3°) On donne la courbe $\mathscr{C}$ sur le graphique ci-dessous.
Placer le point A et tracer la tangente T en A à $\mathscr{C}$ en rouge. Écrire le nom de cette tangente.



Sur ce deuxième graphique, placer le point A. Tracer T en utilisant la représentation conventionnelle sous la forme d'une « double flèche ». Ne pas écrire le nom de cette tangente.
Placer le sommet S de $\mathscr{C}$ et tracer de même la tangente au point S sous la forme d'une double flèche.



V. (3 points)

On peut lire à l'entrée d'un magasin :
« Aujourd'hui, pour tout achat, nous vous offrons une remise de 30 euros. Et si le montant de vos achats atteint 150 euros, nous vous offrons une remise de 50 euros ! ».

Le but de l'exercice est d'écrire un algorithme qui affiche en sortie le prix à payer lorsque l'on saisit le prix avant la remise en entrée. On se place dans le cas d'un achat d'un montant supérieur ou égal à 30 €.

Dans le premier encadré, on donne une rédaction de l'algorithme en « langage intermédiaire ».
Écrire cet algorithme en « langage naturel » dans le deuxième encadré.
Il est demandé de respecter les règles habituelles de rédaction d'un algorithme en « langage naturel » c'est-à-dire en français (pas de « langage calculatrice »).

Langage intermédiaire (non formalisé)
On demande le montant des achats en euros, noté *m*. Si *m* est supérieur ou égal à 150, alors on a 50 € de remise. Dans le cas contraire, on a 30 € de remise.

Langage naturel (structuré)
Variables : **Entrée :** **Traitement :** **Sortie :**

On rappelle la formulation d'une instruction d'affectation : « *a* prend la valeur ……. ».

On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.

Corrigé du contrôle du 5-12-2014

I.

On se place dans le plan orienté. Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral direct ; ACE et BDC sont des triangles rectangles et isocèles directs.
Donner, sans justifier, une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants :
a) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AE}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CA}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CE}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{AB}\right)$.

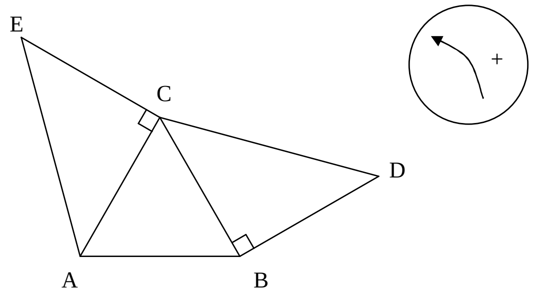
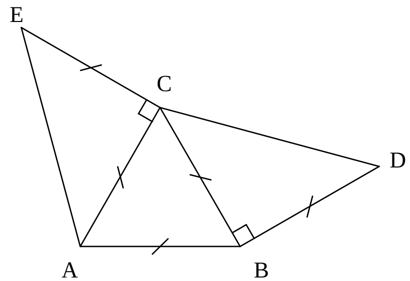


Figure avec codages (codages des segments de même longueur) :



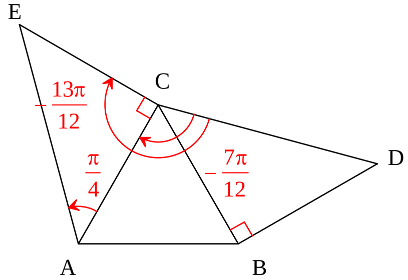
Cet exercice n'a pas été très bien réussi.

a) $\left(\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AE}\right)=\frac{\pi}{4}$ b) $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CA}\right)=-\frac{7\pi}{12}$ c) $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CE}\right)=-\frac{13\pi}{12}$ ou $\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CE}\right)=\frac{11\pi}{12}$

d) $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{\pi}{6}$ ou $\left(\overrightarrow{BD}\,;\overrightarrow{AB}\right)=\frac{11\pi}{6}$

Les signes – doivent être très apparents dans les réponses ; ils doivent aussi être bien positionnés par rapport à la barre de fraction.

Faire apparaître sur la figure ci-dessus, en utilisant le codage spécifique aux angles orientés, les mesures données précédemment pour les trois premiers angles orientés. Ne pas tracer les vecteurs.



d) On déplace le vecteur $\overrightarrow{AB}$; on le représente en prenant B pour origine.

Autrement dit, on « crée » le point F tel que $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}$ [ce point n'apparaît pas sur la figure ; on laisse le soin au lecteur de le placer soi-même].

Les triangles présentent des particularités (ils sont équilatéraux ou isocèle rectangles) donc les angles sont connus.

Dans un triangle équilatéral, les angles mesurent 60° ou $\frac{\pi}{3}$ radians.

Dans un triangle isocèle rectangle, les angles à la base mesurent 45° ou $\frac{\pi}{4}$ radians.

II.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan orienté tels que $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)=\frac{3\pi}{4}$.

Cet exercice n'a pas été réussi du tout.

1°) Recopier et compléter la phrase :
« Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme ... ».

Les mesures en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ sont tous les nombres de la forme $\frac{3\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

2°) Donner, sans justifier, la plus grande mesure en radians négative de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$.

$$-\frac{5\pi}{4} \text{ (un seul résultat)}$$

Pour trouver ce résultat, on représente les mesures trouvées à la question précédente sur la droite réelle.
La mesure cherchée est celle située immédiatement « à gauche » de 0.

3°) Donner, sans justifier, la mesure en radians de l'angle orienté $\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right)$ qui appartient à l'intervalle $\left[10\pi\,;12\pi\right]$.

$\dfrac{43\pi}{4}$ (un seul résultat)

$$0 \leqslant \frac{3\pi}{4} \leqslant 2\pi$$

$$\xrightarrow{+10\pi}$$

$$10\pi \leqslant \frac{3\pi}{4} + 10\pi \leqslant 12\pi$$

$$10\pi \leqslant \frac{43\pi}{4} \leqslant 12\pi$$

III. Question de cours

Soit f une fonction définie sur intervalle I. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Soit a un réel appartenant à I. On suppose que f est dérivable en a.
On note T la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a.

Compléter la phrase :

T a pour équation $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Dans cette équation, il ne faut pas oublier le $y =$.

IV.

On considère la fonction $f : x \mapsto 4x - x^2$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Calculer $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$ où h un réel non nul. On donnera le résultat sous forme simplifiée.

• Calculons $f(3) = 3$.

• Calculons $f(3+h) = 4(3+h) - (3+h)^2 = -h^2 - 2h + 3$.

• D'où : $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h} = \dfrac{-h^2 - 2h + 3 - 3}{h} = \dfrac{\cancel{h}(-h-2)}{\cancel{h}} = -h - 2$

le h présent au dénominateur « s'évanouit »

Démontrer que f est dérivable en 3 et donner le nombre dérivé de f en 3.

• Lorsque h tend vers 0, $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$ tend vers – 2.

• Le résultat de cette limite est fini donc f est dérivable en 3 et le nombre dérivé de f en 3 est – 2.

On peut écrire $f'(3) = -2$.

On vérifie ce résultat sur la calculatrice (avec la commande spéciale permettant de calculer un nombre dérivé).

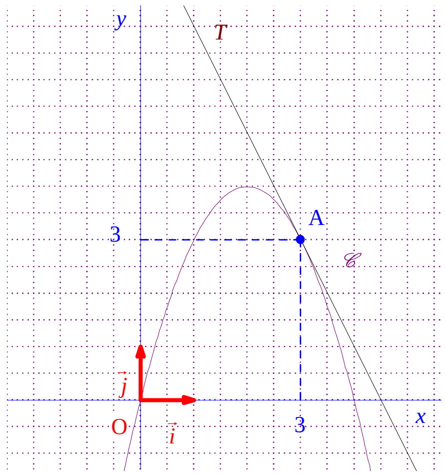
2°) Soit A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 3. On note T la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
Recopier et compléter la phrase permettant de définir T :

« T est la droite passant par … et de coefficient directeur … . »

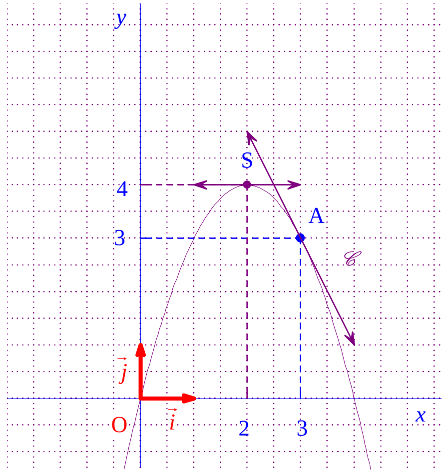
T est la droite passant par A et de coefficient directeur – 2.

3°) On donne la courbe $\mathscr{C}$ sur le graphique ci-dessous.
Placer le point A et tracer la tangente T en A à $\mathscr{C}$ en rouge. Écrire le nom de cette tangente.

On marque les lignes de cote du point A. On écrit les valeurs de ses coordonnées.



Sur ce deuxième graphique, placer le point A. Tracer T en utilisant la représentation conventionnelle sous la forme d'une « double flèche ». Ne pas écrire le nom de cette tangente.
Placer le sommet S de $\mathscr{C}$ et tracer de même la tangente au point S sous la forme d'une double flèche.



V.

On peut lire à l'entrée d'un magasin :
« Aujourd'hui, pour tout achat, nous vous offrons une remise de 30 euros. Et si le montant de vos achats atteint 150 euros, nous vous offrons une remise de 50 euros ! ».

Le but de l'exercice est d'écrire un algorithme qui affiche en sortie le prix à payer lorsque l'on saisit le prix avant la remise en entrée. On se place dans le cas d'un achat d'un montant supérieur ou égal à 30 €.

Dans le premier encadré, on donne une rédaction de l'algorithme en « langage intermédiaire ».
Écrire cet algorithme en « langage naturel » dans le deuxième encadré.
Il est demandé de respecter les règles habituelles de rédaction d'un algorithme en « langage naturel » c'est-à-dire en français (pas de « langage calculatrice »).

Langage intermédiaire (non formalisé)
On demande le montant des achats en euros, noté *m*. Si *m* est supérieur ou égal à 150, alors on a 50 € de remise. Dans le cas contraire, on a 30 € de remise.

Langage naturel (structuré)

Variable :
m, un réel supérieur ou égal à 30
(montant des achats avant remise)

Entrée :
Saisir *m*

Traitement :
Si $m \geqslant 150$
Alors *m* prend la valeur $m-50$ (montant après remise)
Sinon *m* prend la valeur $m-30$ (montant après remise)
FinSi

Sortie :
Afficher *m*

Langage naturel (structuré)

Variables :
m, un réel supérieur ou égal à 30
x, un réel

Entrée :
Saisir *m*

Traitement :
Si $m \geqslant 150$
Alors *x* prend la valeur $m-50$
Sinon *x* prend la valeur $m-30$
FinSi

Sortie :
Afficher *x*

On rappelle la formulation d'une instruction d'affectation : « *a* prend la valeur ……. ».

On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.