1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 14 novembre 2014 (40 min)

Prénom : ……………………………..…… **Nom :** …………………………..……

Note : …. / 20

I. (5 points)

On considère une population de 600 personnes à qui on propose un vaccin pour lutter contre une maladie.
Un tiers de la population a été vaccinée. On sait qu'au total, 240 personnes sont malades dans la population, et parmi elles, une personne sur 15 est vaccinée.

1°) À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Malades	**Non malades**	**Total**
Vaccinés	…	…	…
Non vaccinés	…	…	…
Total	…	…	600

2°) On choisit une personne au hasard.
Calculer la probabilité de l'événement : « La personne est vaccinée et malade ».

………………….. (un seul résultat sous forme de fraction irréductible)

3°) a) Si l'on choisit au hasard une personne non vaccinée, quelle est la probabilité, notée p, que cette personne soit malade ?

………………….. (un seul résultat sous forme décimale)

b) Si l'on choisit au hasard une personne vaccinée, quelle est la probabilité, notée q, que cette personne soit malade ?

………………….. (un seul résultat sous forme décimale)

c) On appelle « efficacité du vaccin » le quotient $\dfrac{p}{q}$. Si ce quotient est supérieur à 1, le vaccin est déclaré efficace et il l'est d'autant plus que la valeur est éloignée de 1.
Ce vaccin peut-il être déclaré efficace ?

…..………

…..………

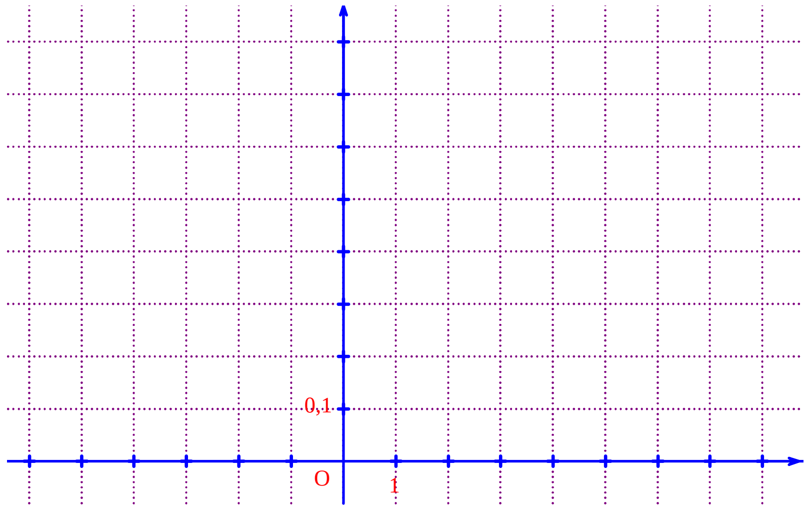
II. (9 points)

On joue avec une roue « non truquée » divisée en 10 secteurs égaux : 1 rouge, 2 jaunes, 4 verts, 3 bleus.
Le rouge permet de gagner 8 € et le jaune 5 € ; les autres couleurs ne rapportent rien. Le joueur mise 2 €.
On note X le gain algébrique du joueur en euros.

1°) Donner la loi de probabilité de X. On pensera à tenir compte de la mise pour déterminer les valeurs.
On donnera les probabilités sous forme décimale.

x_i		
$P(X = x_i)$		Total = 1

Représenter cette loi de probabilité par un diagramme en bâtons sur le graphique ci-dessous.



2°) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X (valeur arrondie au centième).
On détaillera les calculs et l'on vérifiera à l'aide de la calculatrice.

$E(X) =$ ……………….. $\sigma(X) \approx$ ……………….. (valeur arrondie au centième)

…..………

…..………

…..………

…..………

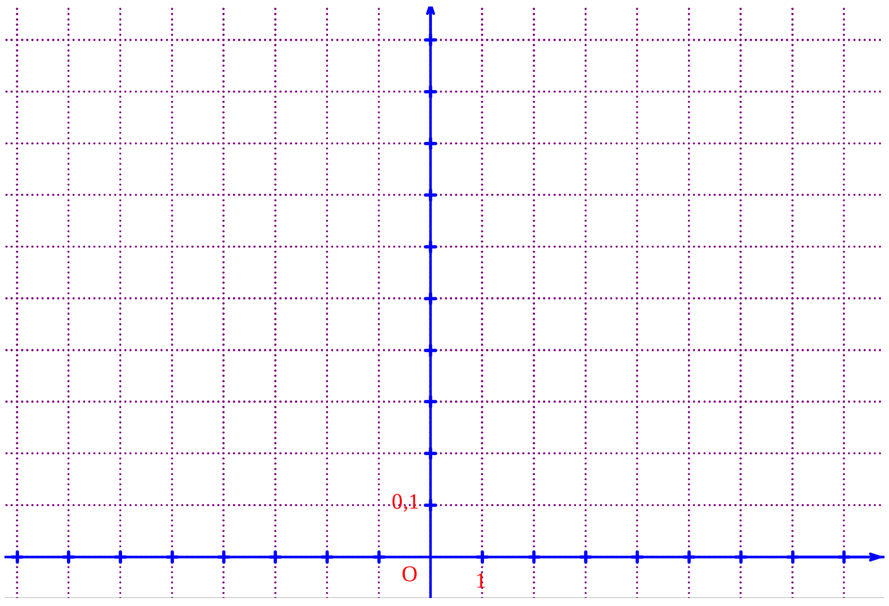
…..………

……

……

……

3°) On note F la fonction de répartition de la variable aléatoire X. On rappelle que F est définie sur $\mathbb{R}$ par $\mathrm{F}(x) = P(\mathrm{X} \leqslant x)$. Donner l'expression de F suivant les valeurs de x et tracer la représentation graphique de F sur le graphique ci-dessous.



……

……

……

……

……

……

……

III. (2 points)

On considère l'algorithme suivant, rédigé en langage naturel.

```
Variables : x et y deux nombres réels

Entrée :
Saisir x

Traitement :
Si  x ⩾ 0
    alors y prend la valeur − x
    Sinon
    y prend la valeur x
FinSi

Sortie :
Afficher y
```

Cet algorithme définit une fonction f qui à tout réel x associe le réel y.

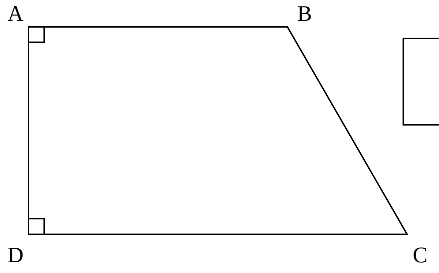
On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.

Déterminer sans justifier l'expression algébrique de $f(x)$ en fonction de x.

$f(x) =$ .... (une seule égalité)

IV. (4 points)

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D tel que $\mathrm{AB} = 5$ cm, $\mathrm{AD} = 4$ cm et $\widehat{\mathrm{BCD}} = \frac{\pi}{3}$ rad.



Ne rien écrire sur la figure.

Déterminer la valeur exacte du périmètre et de l'aire de ABCD.

$\mathscr{P}_{\mathrm{ABCD}} =$ .... (une seule égalité)

$\mathscr{A}_{\mathrm{ABCD}} =$ .... (une seule égalité)

Consignes orales

IV. On attend des égalités avec des chiffres sans cosinus ni sinus…

Corrigé du contrôle du 14-11-2014

I.

On considère une population de 600 personnes à qui on propose un vaccin pour lutter contre une maladie.
Un tiers de la population a été vaccinée. On sait qu'au total, 240 personnes sont malades dans la population, et parmi elles, une personne sur 15 est vaccinée.

1°) À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs suivant.

	Malades	**Non malades**	**Total**
Vaccinés	16	184	200
Non vaccinés	224	176	400
Total	240	360	600

2°) On choisit une personne au hasard.
Calculer la probabilité de l'événement : « La personne est vaccinée et malade ».

$\frac{2}{75}$ (un seul résultat sous forme de fraction irréductible)

3°) a) Si l'on choisit au hasard une personne non vaccinée, quelle est la probabilité, notée p, que cette personne soit malade ?

0,56 (un seul résultat sous forme décimale)

$$p=\frac{224}{400}$$

Il s'agit d'une probabilité conditionnelle (probabilité conditionnelle de l'événement « La personne est malade » conditionné par l'événement « La personne n'est pas vaccinée »).

b) Si l'on choisit au hasard une personne vaccinée, quelle est la probabilité, notée q, que cette personne soit malade ?

0,08 (un seul résultat sous forme décimale)

$$q=\frac{2}{25}$$

Il s'agit d'une probabilité conditionnelle.

c) On appelle « efficacité du vaccin » le quotient $\frac{p}{q}$. Si ce quotient est supérieur à 1, le vaccin est déclaré efficace et il l'est d'autant plus que la valeur est éloignée de 1.
Ce vaccin peut-il être déclaré efficace ?

On calcule $\frac{p}{q}=\frac{0,56}{0,08}=7$.

Or $7>1$ donc ce vaccin est très efficace.

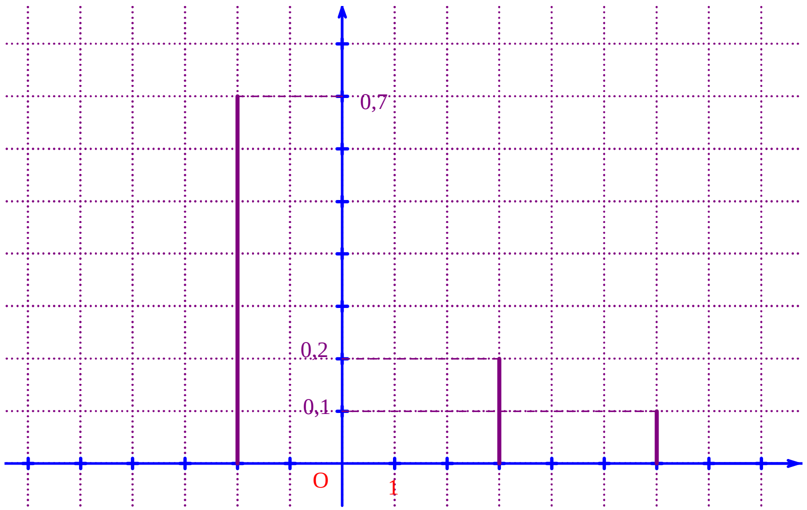
II.

On joue avec une roue « non truquée » divisée en 10 secteurs égaux : 1 rouge, 2 jaunes, 4 verts, 3 bleus.
Le rouge permet de gagner 8 € et le jaune 5 € ; les autres couleurs ne rapportent rien. Le joueur mise 2 €.
On note X le gain algébrique du joueur en euros.

1°) Donner la loi de probabilité de X. On pensera à tenir compte de la mise pour déterminer les valeurs.
On donnera les probabilités sous forme décimale.

x_i	-2	3	6	
$P(\text{X}=x_i)$	0,7	0,2	0,1	Total $=1$

Représenter cette loi de probabilité par un diagramme en bâtons sur le graphique ci-dessous.



2°) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X (valeur arrondie au centième).
On détaillera les calculs et l'on vérifiera à l'aide de la calculatrice.

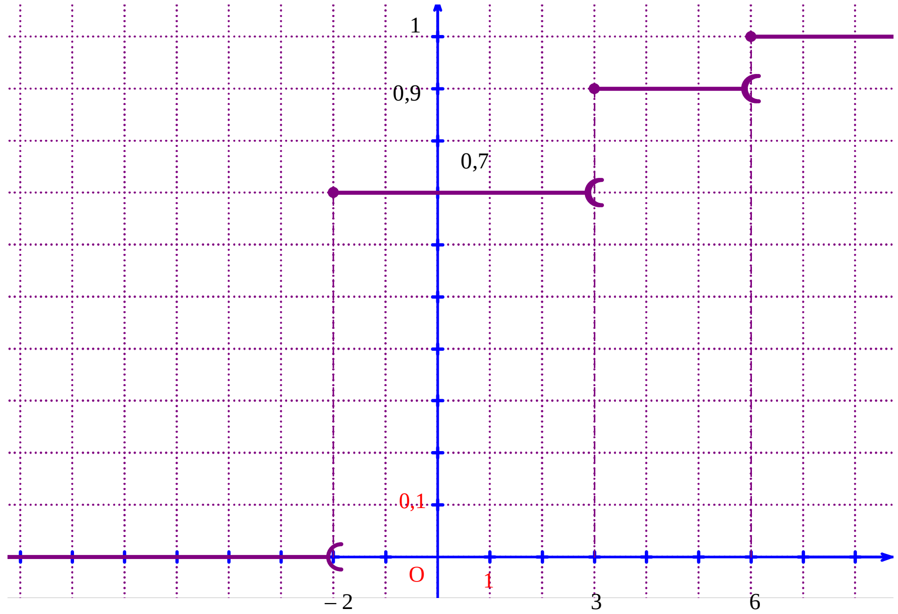
$\text{E}(\text{X})=-0,2$ $\qquad\qquad$ $\sigma(\text{X})\approx 2,86$ (valeur arrondie au centième)

$\text{E}(\text{X})=-2\times 0,7+3\times 0,2+6\times 0,1=-0,2$

$\text{V}(\text{X})=(-2)^2\times 0,7+3^2\times 0,2+6^2\times 0,1-(-0,2)^2=8,16$

$\sigma(\text{X})=\sqrt{8,16}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3°) On note F la fonction de répartition de la variable aléatoire X. On rappelle que F est définie sur $\mathbb{R}$ par $\text{F}(x)=P(\text{X}\leqslant x)$. Donner l'expression de F suivant les valeurs de x et tracer la représentation graphique de F sur le graphique ci-dessous.



On doit faire extrêmement attention aux points d'arrêt sur le graphique.

Si $x<-2$, alors $\text{F}(x)=0$

Si $-2\leqslant x<3$, alors $\text{F}(x)=P(\text{X}=-2)=0,7$

Si $3\leqslant x<6$, alors $\text{F}(x)=P(\text{X}=-2)+P(\text{X}=3)=0,7+0,2=0,9$

Si $x\geqslant 6$, alors $\text{F}(x)=P(\text{X}=-2)+P(\text{X}=3)+P(\text{X}=6)=0,7+0,2+0,1=1$

III.

On considère l'algorithme suivant, rédigé en langage naturel.

Variables : x et y deux nombres réels

Entrée :
Saisir x

Traitement :
Si $x \geqslant 0$
  alors y prend la valeur $-x$
  Sinon
  y prend la valeur x
FinSi

Sortie :
Afficher y

Cet algorithme définit une fonction f qui à tout réel x associe le réel y.

On ne demande pas de programmer cet algorithme sur calculatrice.

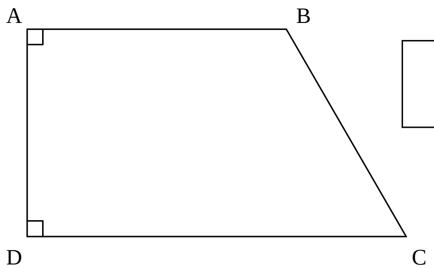
Déterminer sans justifier l'expression algébrique de $f(x)$ en fonction de x.

$f(x) = -|x|$ (une seule égalité)

(ou : $f(x) = \min(x\,;-x)$ ce qui est moins bien)

IV.

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D tel que $AB = 5$ cm, $AD = 4$ cm et $\widehat{BCD} = \dfrac{\pi}{3}$ rad.



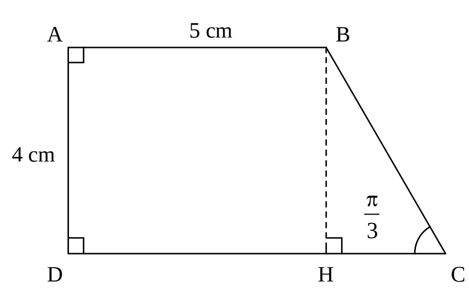
Ne rien écrire sur la figure.

Déterminer la valeur exacte du périmètre et de l'aire de ABCD.

$\mathscr{P}_{ABCD} = 14 + 4\sqrt{3}$ cm (une seule égalité)

$\mathscr{A}_{ABCD} = 20 + \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm^2 (une seule égalité)

On note H le projeté orthogonal de B sur la droite (CD) (initiative personnelle à avoir).



On rappelle les valeurs remarquables suivantes : $\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$, $\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan\dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

- Certains élèves ont tracé les diagonales ; cela ne permettait de résoudre l'exercice.
- L'introduction du point H relevait de l'initiative personnelle.

On notera que la calculatrice TI 83 donne la valeur exacte de $\cos\dfrac{\pi}{3}$ mais donne une valeur approchée de $\cos\dfrac{\pi}{3}$ et de $\tan\dfrac{\pi}{3}$ (car elle ne fait pas de calcul formel). D'où la nécessité de connaître ces valeurs.

La calculatrice du collège Casio fx-92 collège permet cependant d'obtenir ces valeurs exactes.

On reste en radian (aucune raison de repasser en degrés : les cosinus, sinus et tangente « marchent » aussi avec les radians !).

On peut éventuellement dire que 60° est plus « parlant » au début que $\dfrac{\pi}{3}$ radians.

$$\mathrm{CH}=\frac{4}{\tan\frac{\pi}{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\mathrm{BC}=\frac{4}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{8}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{P}_{\mathrm{ABCD}}&=\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CD}+\mathrm{DA}\\&=5+\frac{8\sqrt{3}}{3}+5+\frac{4\sqrt{3}}{3}+4\\&=14+4\sqrt{3}\ \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_{\mathrm{ABCD}}&=\frac{(\mathrm{AB}+\mathrm{CD})\times\mathrm{AD}}{2}\\&=\frac{\left(5+5+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)\times 4}{2}\\&=2\times\left(10+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)\\&=20+\frac{8\sqrt{3}}{3}\ \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Pour l’aire d’un trapèze, on utilise la formule donnant l’aire d’un trapèze.

L’aire d’un trapèze est égale à :

$$\frac{(b+B)\times h}{2}$$

où b désigne la longueur de la « petite » base,
B la longueur de la « grande » base,
h la hauteur.

Les termes de « petite » et de « grande » base ne sont pas très bien choisis. Il vaudrait mieux parler de « base 1 » et « base 2 ».

Si on ne connaissait pas la formule, on pouvait aussi calculer la somme de l’aire du rectangle et de l’aire du triangle.

Oral

I.

2°) Résultat sous forme de fraction irréductible

3°) Résultat sous forme décimale

$p=$.......

$q=$........

II.

1°) Tirer les colonnes à la règle

2°) Espérance et variance : écrire les formules en situation puis donner une ou deux étapes de calculs

III. Expression de $f(x)$ en fonction de x

IV. Égalité avec des « chiffres » sans cosinus, ni sinus