1ère S1

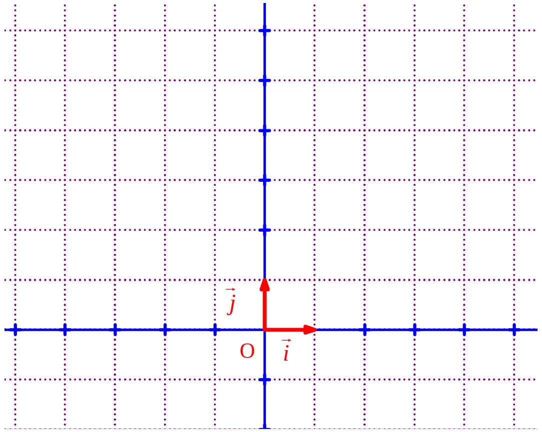
Contrôle du vendredi 7 novembre 2014 (30 min)

Prénom : ……………………………..…… **Nom :** ………………………….….…

Note : …. / 20

I. (7 points : 2 points + 5 points)

Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y = x^2$ et D la droite d'équation $y = 2 - x$.



1°) Tracer $\mathscr{C}$ et D sur le graphique ci-contre.
On ne demande pas de justifier.

2°) Étudier algébriquement la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D.
À la fin de l'étude, on rédigera la conclusion sur le modèle suivant (ne rien écrire dans le cadre) :

- Si $x \in$ ...., alors $\mathscr{C}$ est ………… de D.
- Si $x \in$ ...., alors $\mathscr{C}$ est ………… de D.
- $\mathscr{C}$ et D sont sécantes aux points d'abscisses ……. .

……

……

……

……

……

……

……

……

……

II. (4 points : 2 points + 2 points)

Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y = -x^2 + 4x - 1$.

1°) Compléter la phrase :

$\mathscr{C}$ a pour sommet S $\left| \begin{array}{l} \text{............} \\ \\ \text{............} \end{array} \right.$

Indiquer les calculs effectués :

$x_{\mathrm{S}} =$ .... $=$ ....

$y_{\mathrm{S}} =$ .... $=$ ....

2°) Compléter sans justifier la phrase en donnant les valeurs exactes sous forme simplifiée (calculs au brouillon) :

Les points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses ont pour abscisses ………………………………………… .

III. (1 point)

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice.

- Pour quel réels x a-t-on $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$?

L'égalité $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$ est valable pour tous les réels x ……………………………………………….

- Compléter la proposition quantifiée :

« Pour tout $x \in$ ...., on a : $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$ ».

IV. (2 points)

La fréquence de vibration f (en hertz) d'une corde tendue dépend de sa longueur (en mètres) et de sa tension T (en newton).
Pour une corde de violon (de longueur utile 33 cm), la fréquence émise est donnée par la formule : $f = 50\sqrt{\mathrm{T}}$.

Déterminer par le calcul la tension de cette corde pour qu'elle donne le *la 3* de fréquence 435 Hz.

....

....

....

....

....

....

V. (2 points : 1 point + 1 point)

Pour tout couple $(x\,;\,y)$ de réels, on pose $x * y = x + y + xy$.
Par exemple, $3 * (-2) = 3 - 2 + 3 \times (-2) = -5$.

1°) Déterminer l'ensemble E des réels x tels que $x * x = 0 \quad (1)$.

2°) Déterminer l'ensemble F des x tels que $x * x \geqslant 0 \quad (2)$.

....

....

....

....

....

....

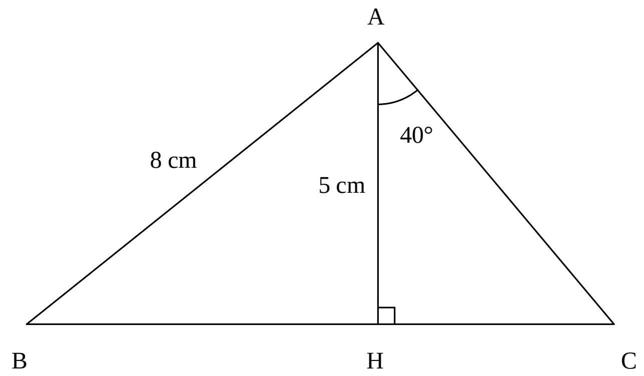
....

....

....

VI. (2 points)

On considère la figure ci-dessous (il est demandé de ne rien écrire dessus).
On note x la longueur en centimètres du segment [BC].



$x =$ .... (« expression exacte »)

$x \approx$ .... (valeur arrondie au dixième)

VII. (2 points)

On considère l'algorithme suivant, rédigé en langage naturel.

Variables : a, b réels

Entrée :
Saisir a
Saisir b

Traitement :
a prend la valeur $a - b$
b prend la valeur $2a + b$

Sortie :
Afficher a
Afficher b

Quels sont les nombres affichés en sortie si l'on saisit 4 pour valeur de a et 7 pour valeur de b en entrée ?

…………… et …………… (donner un seul résultat à chaque fois, ne pas faire de phrase)

Indications orales

I.

► Commencer en écrivant :

« Pour déterminer la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D , on étudie le signe de ……… (écrire l'expression) ».

► Faire la recherche (on donnera un tableau de signes à 2 lignes en justifiant auparavant).

► Conclure en utilisant les expressions « strictement au-dessus », « strictement au-dessous ».

II.

Écrire uniquement des nombres (aucune lettre).

On rappelle que l'on ne peut pas utiliser de lettres non introduites préalablement dans l'énoncé.

IV.

Le « la 3 » désigne une note.

On donnera la valeur décimale de la tension.

V.

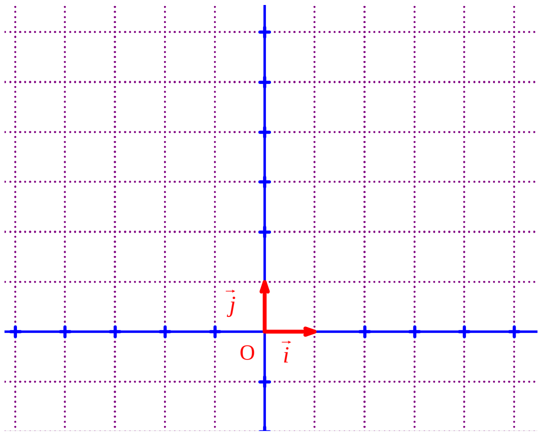
L'énoncé de cet exercice a posé de nombreux problèmes de compréhension par son caractère déstabilisant : il s'agit d'une nouvelle opération dans l'ensemble des réels (à ne pas confondre avec l'opération de multiplication).
On lit « x étoile y ».

Corrigé du contrôle du 7-11-2014

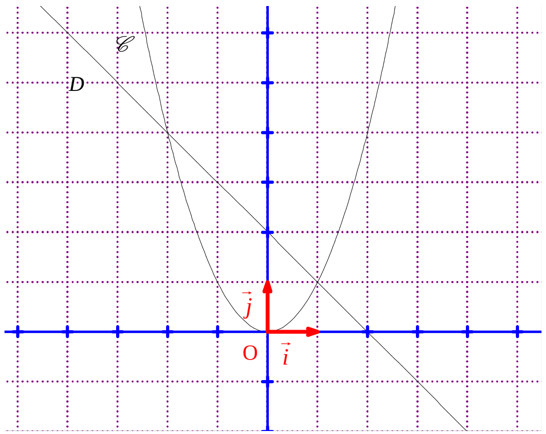
I.

Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y = x^2$ et D la droite d'équation $y = 2 - x$.

1°) Tracer $\mathscr{C}$ et D sur le graphique ci-contre.
On ne demande pas de justifier.
2°) Étudier algébriquement la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D.
À la fin de l'étude, on rédigera la conclusion sur le modèle suivant (ne rien écrire dans le cadre) :



- Si $x \in$ ...., alors $\mathscr{C}$ est .... de D.
- Si $x \in$ ...., alors $\mathscr{C}$ est .... de D.
- $\mathscr{C}$ et D sont sécantes aux points d'abscisses ....



Pour étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D, on étudie le signe de $x^2 - 2 + x$.

Il s'agit d'un polynôme du second degré dont les racines sont 1 et – 2 (on utilise les racines évidentes).

- Si $x \in \left]-\infty\,;-2\right[\cup \left]1\,;+\infty\right[$, alors $\mathscr{C}$ est strictement au-dessus de D.
- Si $x \in \left]-2\,;1\right[$, alors $\mathscr{C}$ est strictement au-dessous de D.
- $\mathscr{C}$ et D sont sécantes aux points d'abscisses – 2 et 1.

II.

Dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on note $\mathscr{C}$ la parabole d'équation $y = -x^2 + 4x - 1$.

1°) Compléter la phrase :

$$\mathscr{C} \text{ a pour sommet } \mathrm{S}\left|\begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array}\right.$$

Indiquer les calculs effectués :

$$x_{\mathrm{S}} = -\frac{4}{2 \times (-1)} = 2$$

$$y_{\mathrm{S}} = -2^2 + 4 \times 2 - 1 = 3$$

2°) Compléter sans justifier la phrase en donnant les valeurs exactes sous forme simplifiée (calculs au brouillon) :

Les points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses ont pour abscisses $2 - \sqrt{3}$ et $2 + \sqrt{3}$.

Justification : On résout l'équation $-x^2 + 4x - 1 = 0$. Pour cela, on utilise le discriminant réduit.

III.

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice.

- Pour quel réels x a-t-on $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$?

L'égalité $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$ est valable pour tous les réels $x \geqslant 0$.

- Compléter la proposition quantifiée :

« Pour tout $x \in \left[0\,;+\infty\right[$, on a : $x - 4 = \left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)$ ».

IV.

La fréquence de vibration f (en hertz) d'une corde tendue dépend de sa longueur (en mètres) et de sa tension T (en newton).
Pour une corde de violon (de longueur utile 33 cm), la fréquence émise est donnée par la formule : $f = 50\sqrt{\mathrm{T}}$.

Déterminer par le calcul la tension de cette corde pour qu'elle donne le *la 3* de fréquence 435 Hz.

On cherche $\mathrm{T} \geqslant 0$ tel que $435 = 50\sqrt{\mathrm{T}}$ $\quad (1)$.

(1) est successivement équivalente à :

$\sqrt{T} = \dfrac{435}{50}$

$\sqrt{T} = 8,7$

$T = 75,69$ N

La tension de la corde pour obtenir le *la 3* est de 75,69 N.

Il y a eu énormément d'erreurs dans la résolution de l'équation $\sqrt{T} = 8,7$.

Il faut se référer à la définition de la racine carrée : dans un sens, on élève au carré ; dans l'autre, on prend la racine carrée.

V.

Pour tout couple $(x\,;\,y)$ de réels, on pose $x * y = x + y + xy$.

Par exemple, $3*(-2) = 3 - 2 + 3\times(-2) = -5$.

1°) Déterminer l'ensemble *E* des réels *x* tels que $x * x = 0 \quad (1)$.

(1) est successivement équivalente à :

$x + x + x \times x = 0$

$x^2 + 2x = 0$

$x(x+2) = 0$

$x = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = 0$ ou $x = -2$

Donc $E = \{-2\,;\,0\}$.

2°) Déterminer l'ensemble *F* des *x* tels que $x * x \geqslant 0 \quad (2)$.

(2) est équivalente à $x^2 + 2x \geqslant 0$.

Le polynôme $x^2 + 2x$ est un polynôme du second degré.

Ses racines sont 0 et – 2 (car le polynôme se factorise en $x(x+2)$).

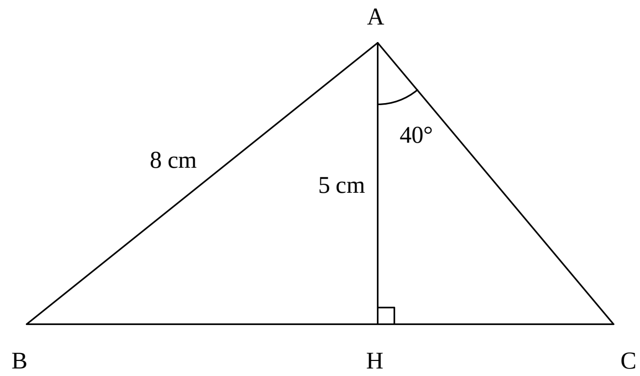
D'après la règle du signe d'un trinôme du second degré,

$F =]-\infty\,;\,-2] \cup [0\,;\,+\infty[$

VI.

On considère la figure ci-dessous (il est demandé de ne rien écrire dessus).

On note *x* la longueur en centimètres du segment [BC].



$x = \sqrt{39} + 5 \times \tan 40°$ (« expression exacte »)

$x \approx 10,4$ (valeur arrondie au dixième)

On calcule BH à l'aide du théorème de Pythagore et CH l'aide des relations trigonométriques dans un triangle rectangle.

Une autre méthode très maladroite que certains élèves ont employé consiste à calculer l'angle $\widehat{\text{BAH}}$ ou $\widehat{\text{ABH}}$.

On obtenait une expression compliquée.

VII.

On considère l'algorithme suivant, rédigé en langage naturel.

Variables : a, b réels

Entrée :
Saisir a
Saisir b

Traitement :
a prend la valeur $a-b$
b prend la valeur $2a+b$

Sortie :
Afficher a
Afficher b

Quels sont les nombres affichés en sortie si l'on saisit 4 pour valeur de a et 7 pour valeur de b en entrée ?

– 3 et 1 (donner un seul résultat à chaque fois, ne pas faire de phrase)

Il y a eu énormément de fautes pour la valeur de b affichée en sortie (pour le calcul de b, il faut prendre la « deuxième valeur » de a).

Regardons ce qui se passe quand on fait fonctionner l'algorithme pas à pas :

a prend la valeur 4
b prend la valeur 7
a prend la valeur $4-7=-3$ (la valeur initiale de a est alors « écrasée » ; la valeur de a est désormais – 3)
b prend la valeur $2\times(-3)+7=1$

Ce point est essentiel pour comprendre le fonctionnement pas à pas d'un algorithme : il faut voir les variables (en algorithmique) comme des « boîtes » dont le contenu évolue au fur et à mesure du déroulement de l'algorithme.
À la troisième étape, la valeur initiale de la variable a est effacée et remplacé par – 3 (on dit que la valeur initiale de a est « écrasée »).

On pouvait évidemment programmer l'algorithme sur calculatrice. On trouvait alors immédiatement les valeurs correctes de a et b en sortie.