

Test du mardi 14 octobre 2014
(15 min)

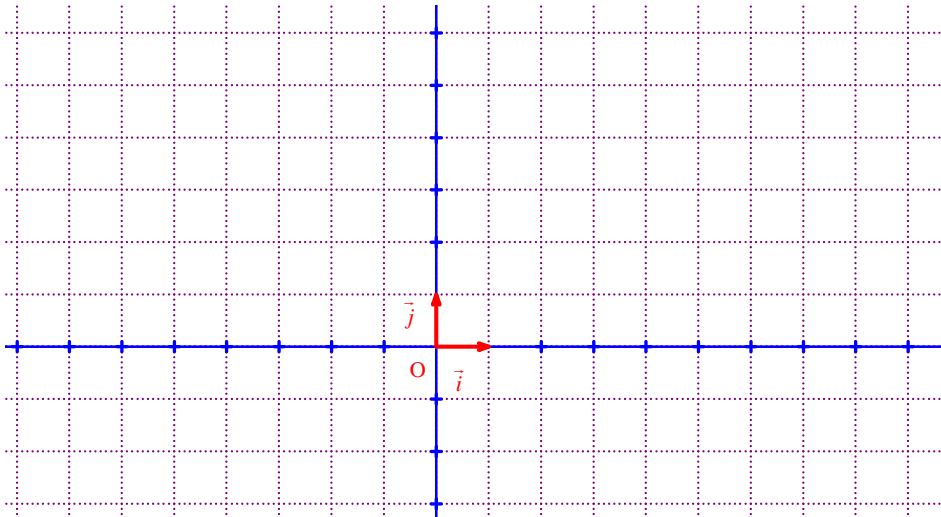


Prénom : Nom : **Note : / 20**

Dans tous les exercices, le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I. (14 points : 1°) 5 points 2°) 5 points 3°) 4 points)

On considère les points $A(2 ; -1)$, $B(-2 ; 2)$ et $C(0 ; 5)$. Placer ces points sur le graphique ci-dessous.



1°) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x ; y)$.

$M \in (AC)$ si et seulement si

si et seulement si $\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = \dots$

si et seulement si

si et seulement si

si et seulement si

(AC) a pour équation cartésienne

2°) Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ passant par C et parallèle à (AB) en adoptant la même démarche qu'au 1°).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3°) Le but de cette question est de calculer les coordonnées du point I tel que $\vec{AI} = 2\vec{AB}$ (1).

Compléter les étapes suivantes.
À la première étape, x_1 et y_1 seront les seules lettres utilisées dans les égalités.

L'égalité (1) se traduit en coordonnées par les égalités $\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right.$

On obtient : $\begin{cases} x_1 = \dots \\ y_1 = \dots \end{cases}$

Placer I sur le graphique ci-contre et vérifier le résultat obtenu par le calcul.

Quelques consignes pour le graphique :

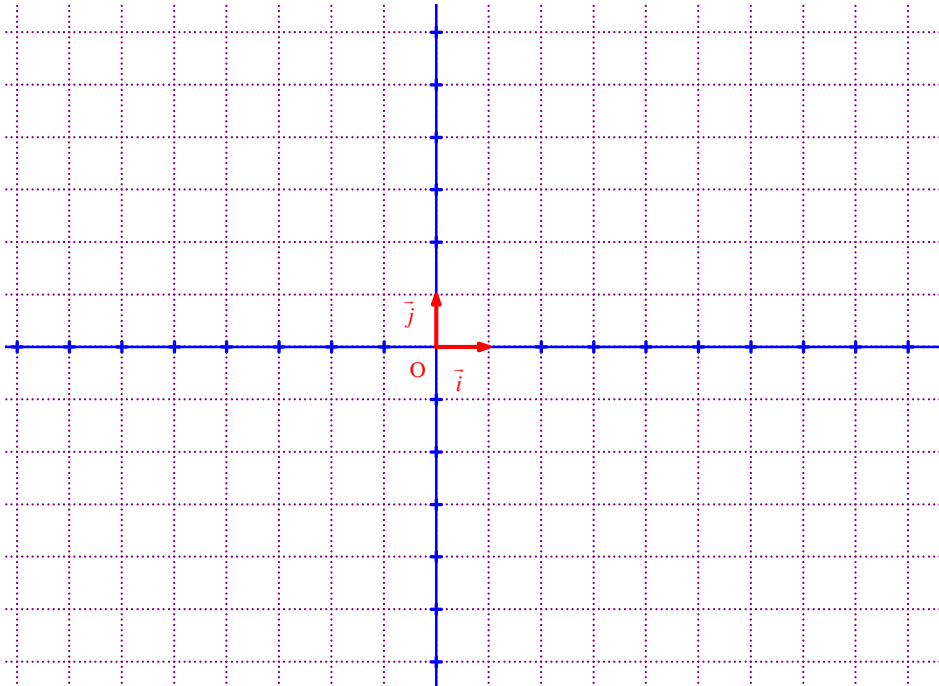
- Pour les points non situés sur les axes de coordonnées, tracer des pointillés (à la règle !) et écrire les coordonnées.
- Marquer les points par des points et non par des croix.

II. (3 points)

On considère la droite D d'équation cartésienne $2x + 3y - 5 = 0$.

Donner sans justifier deux points A et B à coordonnées entières de la droite D et tracer D sur le graphique ci-dessous.

Les points $A(\dots\dots ; \dots\dots)$ et $B(\dots\dots ; \dots\dots)$ appartiennent à D .



III. (3 points)

On note D la droite passant par le point $A(-1 ; 3)$ et de coefficient directeur -2 .

Donner sans justifier l'équation réduite de D .

D a pour équation réduite

Corrigé du test du 14-10-2014

I.

1°)

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x; y)$.

$M \in (AC)$ si et seulement si \overline{AM} et \overline{AC} sont colinéaires

$$\text{si et seulement si } \begin{vmatrix} x-2 & -2 \\ y+1 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{si et seulement si } 6(x-2) - (-2)(y+1) = 0$$

$$\text{si et seulement si } 6x + 2y - 10 = 0$$

$$\text{si et seulement si } 3x + y - 5 = 0$$

(AC) a pour équation cartésienne $3x + y - 5 = 0$.

On vérifie avec les coordonnées des points A et C.

2°)

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x; y)$.

$M \in \Delta$ si et seulement si \overline{CM} et \overline{AB} sont colinéaires

$$\text{si et seulement si } \begin{vmatrix} x & -4 \\ y-5 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{si et seulement si } 3x - (-4)(y-5) = 0$$

$$\text{si et seulement si } 3x + 4y - 20 = 0$$

Δ a pour équation cartésienne $3x + 4y - 20 = 0$.

3°)

L'égalité (1) se traduit en coordonnées par les égalités $\begin{cases} x_1 - 2 = 2 \times (-4) \\ y_1 + 1 = 2 \times 3 \end{cases}$.

On traduit l'égalité (1) telle quelle (sans avoir fait aucune transformation).

On retranscrit l'égalité vectorielle fidèlement.

$$\text{On obtient : } \begin{cases} x_1 = -6 \\ y_1 = 5 \end{cases}.$$

On place I en utilisant l'égalité (1) et l'on observe que les coordonnées coïncident avec celles obtenues par le calcul.

II.

Les points A(1 ; 1) et B(-2 ; 3) appartiennent à D.

Il y a deux méthodes :

1^{ère} méthode :

On teste différentes valeurs de x et y entières en remplaçant dans l'expression $2x + 3y - 5$ de sorte que l'on obtienne 0.

On trouve aisément $x = 1$ et $y = 1$ (solution « évidente »).

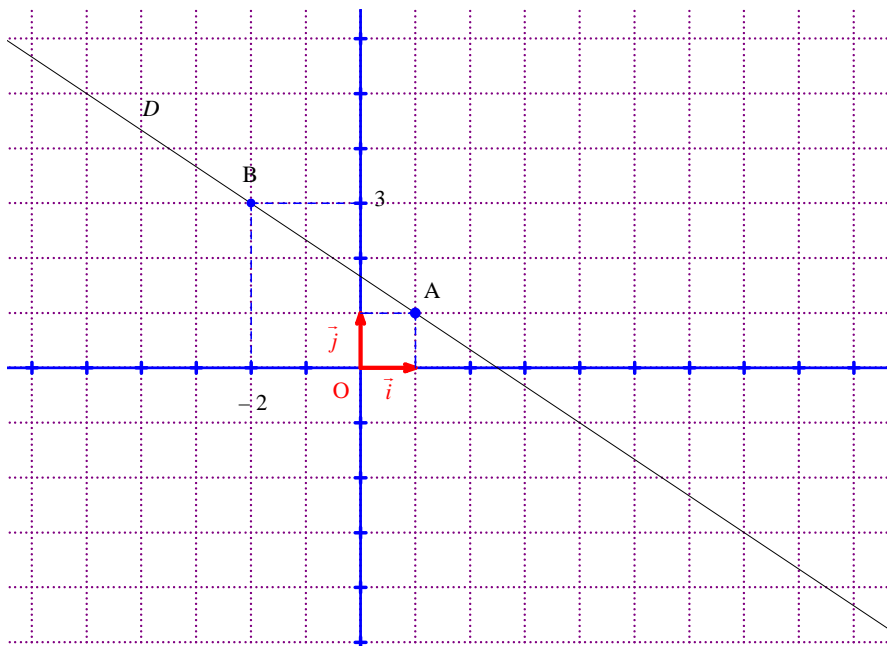
On cherche ensuite par essais successifs un deuxième couple en remplaçant x par différentes valeurs et en regardant si la valeur de y correspondante pour obtenir 0 est entière ou non.

2^e méthode :

On transforme au brouillon l'équation $2x + 3y - 5 = 0$ en équation réduite de droite sous la forme $y = \frac{5-2x}{3}$.

Ensuite, on remplace x par différentes valeurs entières de x (0, 1, 2 ...) et l'on regarde dans quels cas on obtient un résultat entier.

On peut aussi « rentrer » la fonction affine $x \mapsto \frac{5-2x}{3}$ dans la calculatrice et trouver deux points de D à coordonnées entières grâce au tableau de valeurs ou à la représentation graphique tracée sur l'écran.



III.

D a pour équation réduite $y = -2x + 1$.

On applique directement la formule du cours $y = -2(x + 1) + 3$ (formule $y = m(x - x_A) + y_A$ avec $m = -2$, $x_A = -1$ et $y_A = 3$).