

Racine carrée d'un entier naturel

1°) Introduction :

À l'aide de la calculatrice, comparer les nombres suivants : $\sqrt{72}$, $6\sqrt{2}$, $3\sqrt{8}$ et $2\sqrt{18}$.

Qu'observe-t-on ?

Démontrer cette observation.

2°) Conclusion :

On observe donc que le nombre \sqrt{N} , avec N entier naturel, peut parfois s'écrire de différentes façons.

L'usage est d'écrire \sqrt{N} sous la forme $A \times \sqrt{B}$ avec A et B entiers naturels, et B le plus petit possible.

Ainsi : $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$; $\sqrt{12} = \dots\dots\sqrt{\dots}$; $\sqrt{18} = \dots\dots\sqrt{\dots}$; $\sqrt{27} = \dots\dots\sqrt{\dots}$.

3°) Méthode :

Prenons par exemple N = 72.

Voyons successivement si 72 est divisible par 2^2 , 3^2 , 4^2

Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

I	I ²	N est-il divisible par I ² ?	Si oui, conséquence pour N	Si oui, conséquence pour \sqrt{N}
2	2 ² = 4	Oui car $\frac{72}{4} = 18$	72 = 4 × 18	$\sqrt{72} = \sqrt{4} \times \sqrt{18} = 2\sqrt{18}$
3	3 ² = 9			
4	4 ² = 16			
5				
6				

À partir de quelle valeur de I devient-il inutile de continuer ?

4°) Exercice :

Écrire en langage naturel un algorithme qui, pour tout entier naturel N, écrit \sqrt{N} sous la forme $A \times \sqrt{B}$ avec A et B entiers naturels, et B le plus petit possible.

Réaliser le programme correspondant sur calculatrice.

Racine carrée d'un nombre entier (Solution)

Solution 1 :

		Programme TI
Entrée	N, A et B sont des nombres entiers naturels	
Initialisation	Demander la valeur de N Affecter à A la valeur 1 Affecter à B la valeur de N	Prompt N I \leftarrow A N \leftarrow B
Traitement	Pour I variant de 2 à \sqrt{N} Si N est divisible par I ² Alors Affecter à A la valeur de I Affecter à B la valeur de N/I ² Sinon Fin	For (I , 2 , \sqrt{N}) If N/I ² = PartEnt (N/I ²) Then I \leftarrow A N/I ² \leftarrow B Else End End
Sortie	Afficher « la racine de », N, « est égale à », A, « racine de », B	Disp « LA RACINE DE » Disp N Disp « EST EGALE A » Disp A Disp « RACINE DE » Disp B

Améliorations possibles :

Dans certains cas, l'affichage du résultat est satisfaisant :

```
N=?12
LA RACINE DE
EST EGALE A 12
RACINE DE 2
N=?
```

```
N=?72
LA RACINE DE
EST EGALE A 6
RACINE DE 2
N=?■
```

Il peut être amélioré dans les deux cas suivants :

```
N=?25
LA RACINE DE
EST EGALE A 5
RACINE DE 1
N=?
```

```
N=?19
LA RACINE DE
EST EGALE A 1
RACINE DE 19
N=?
```

Solution 2 :

		Programme TI
Entrée	N, A et B sont des nombres entiers naturels	
Initialisation	Demander la valeur de N Affecter à I la valeur 1	Prompt N $I \longleftarrow 1$
Traitement	Tant que $I^2 \leq N$ Si N est divisible par I^2 Alors Affecter à A la valeur de I Affecter à B la valeur de N/I^2 Augmenter I de 1 Sinon Augmenter I de 1 Fin Fin	While $I^2 \leq N$ If $N/I^2 = \text{PartEnt}(N/I^2)$ Then $I \longleftarrow A$ $N/I^2 \longleftarrow B$ $I+1 \longleftarrow I$ Else $I+1 \longleftarrow I$ End End
Sortie	Afficher « $\sqrt{\quad}$ », N, « = », « $\sqrt{\quad}$ », B	Effecran Output(5,1, « $\sqrt{\quad}$ ») Output(5,3,N) Output(5,7, «) ») Output(5,8, « = ») Output(5,9 ,A) Output(5,11, « $\sqrt{\quad}$ ») Output(5,13,B) Output(5,16, «) »)

L'affichage du résultat est laborieux, mais

$$\sqrt{(1500)}=10\sqrt{(15)}$$