**TS1 spécialité**

# Contrôle du mardi 7 octobre 2014 (50 minutes)

**Prénom : ……………………  Nom : ………………………………**

**Note : …. / 20**

Écrire très lisiblement, sans rature ; encadrer les résultats demandés en rouge à la règle.

## I. (5 points)

On considère deux entiers naturels $a$ et $b$ tels que :

• le produit $ab$ est égal à 511 ;

• dans la division euclidienne de $a$ par $b$, le quotient est 10 et le reste est 3.

Déterminer $a$ et $b$.

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

## II. (5 points)

Dans une division euclidienne, en diminuant le dividende de 15 et le diviseur de 5, et en conservant le quotient et le reste, on obtient une nouvelle égalité définissant une division euclidienne. Quel est le quotient ?

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

## III. (5 points)

Le code barre (code UPC : Universal Product Code) utilise des nombres de treize chiffres pour désigner un produit de consommation.

(a) Les 2 premiers chiffres : code de la zone d’origine.

(b) Les 4 chiffres suivants : le code du fabriquant.

(c) Les 6 chiffres suivants : le code de l’article.

(d) Le dernier chiffre est une clé de contrôle.

La clé de contrôle est destinée à détecter une erreur dans l’un des douze premiers chiffres.

La clé de contrôle est calculée de telle sorte que, si le nombre s’écrit $\overline{a_1 a_2 \ldots a_{13}}$, alors

$$3\left(\sum_{i=1}^{i=6} a_{2i}\right)+\left(\sum_{i=0}^{i=6} a_{2i+1}\right) \text{ soit divisible par 10.}$$

1°) Vérifier que le code barre 5012345678900 vérifie bien la condition (autrement dit que 0 est bien la bonne clé du code barre).

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

2°) La clé de contrôle du code barre 3130630555094 est-elle bonne ? Si ce n'est pas le cas, préciser la bonne clé. Même avec le code barre 3130630355094.

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

---

**IV. (5 points)**

On considère l'algorithme suivant :

**Entrée :**
Saisir un entier $n$, $n > 2$

**Traitement :**
$i$ prend la valeur 2
**Tantque** $i$ ne divise pas $n$ **Faire**
    $i$ prend la valeur $i+1$
**FinTantque**

**Sortie :**
Afficher $i$

1°) Indiquer dans le tableau suivant le déroulement pas à pas lors de l'exécution de l'algorithme lorsque l'on entre la valeur 35. Pour la ligne sur la condition, on se contentera d'écrire « vrai » ou « faux ».
Quelle est la valeur de $i$ affichée en sortie ?

| **Étape** | **1** | **2** | **3** | **4** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Condition** **$i$ ne divise pas $n$** | | | | | | |
| **Valeur de $i$** | 2 | | | | | |

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à ….. .

2°) Indiquer sans justifier la valeur de $i$ affichée en sortie lorsque l'on entre le nombre 63.

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à ….. .

3°) Indiquer par une phrase claire le ce que représente la valeur de $i$ affichée en sortie par rapport à la valeur de $n$ saisie en entrée. Répondre sans justifier.

La valeur de $i$ affichée en sortie représente ……………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

4°) Est-il possible que la valeur de $i$ affichée en sortie soit égale à la valeur de $n$ saisie en entrée ? Si oui, préciser les nombres pour lesquels c'est le cas. Répondre sans justifier.

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

5°) Est-il possible que la valeur de $i$ affichée en sortie soit égale à 2 ? Si oui, préciser les nombres pour lesquels c'est le cas. Répondre sans justifier.

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

……………………………………………………………………………………………………………..….

# Corrigé du contrôle du 7-10-2014

## I.

On considère deux entiers naturels $a$ et $b$ tels que :

● le produit $ab$ est égal à 511 ;

● dans la division euclidienne de $a$ par $b$, le quotient est 10 et le reste est 3.

Déterminer $a$ et $b$.

On a : $ab = 511$ (1) et $a = 10b + 3$ (2) avec $0 \leqslant 3 < b$.

Compte tenu de (2), (1) donne $(10b+3)b = 511$ soit $10b^2 + 3b - 511 = 0$.

Considérons le polynôme $10x^2 + 3x - 511$.
Son discriminant est égal à $\Delta = 20449$.

$\Delta > 0$ donc le polynôme $10x^2 + 13x - 511$ admet deux racines distinctes dans $\mathbb{R}$ : 7 et $-\dfrac{73}{10}$.

Or $b \in \mathbb{N}$ et $b > 3$.

On en déduit que $b = 7$.
(2) donne alors $a = 73$.

Conclusion :
$a = 73$ et $b = 7$

*Autre méthode :*

Compte tenu de (2), (1) donne $b(10b+3) = 511$ donc $b$ et $10b+3$ sont des diviseurs associés de 511.

Or $b > 3$ donc …

---

## II.

Dans une division euclidienne, en diminuant le dividende de 15 et le diviseur de 5, et en conservant le quotient et le reste, on obtient une nouvelle égalité définissant une division euclidienne. Quel est le quotient ?
On a : $a = bq + r$ (1) avec $q \in \mathbb{Z}$ et $0 < r \leqslant b$.

D'après l'énoncé : $a - 15 = (b-5)q + r$ (2).

(2) donne $a - 15 = bq - 5q + r$ (2′).

Compte tenu de (1), (2′) donne : $a - 15 = a - 5q$ d'où $5q = 15$.

On en déduit que $q = 3$.

## III.

Le code barre (code UPC : Universal Product Code) utilise des nombres de treize chiffres pour désigner un produit de consommation.
(a) Les 2 premiers chiffres : code de la zone d'origine.
(b) Les 4 chiffres suivants : le code du fabriquant.
(c) Les 6 chiffres suivants : le code de l'article.
(d) Le dernier chiffre est une clé de contrôle.
La clé de contrôle est destinée à détecter une erreur dans l'un des douze premiers chiffres.
La clé de contrôle est calculée de telle sorte que, si le nombre s'écrit $\overline{a_1 a_2 \ldots a_{13}}$, alors

$3\left(\sum_{i=1}^{i=6} a_{2i}\right) + \left(\sum_{i=0}^{i=6} a_{2i+1}\right)$ soit divisible par 10.

1°) Vérifier que le code barre 5012345678900 vérifie bien la condition (autrement dit que 0 est bien la bonne clé du code barre).

Posons $S = 3\left(\sum_{i=1}^{i=6} a_{2i}\right) + \left(\sum_{i=0}^{i=6} a_{2i+1}\right)$.

$$S = 3(0+2+4+6+8+0) + (5+1+3+5+7+9+0)$$

$$= 3 \times 20 + 30$$

$$= 90$$

10 | 90 donc 0 est bien la clé du code barre.

2°) La clé de contrôle du code barre 3130630555094 est-elle bonne ? Si ce n'est pas le cas, préciser la bonne clé. Même avec le code barre 3130630355094.

● Pour le code barre 3130630555094 :

$$S = 3(1+0+3+5+5+9) + (3+3+6+0+5+0+4)$$

$$= 3 \times 23 + 21$$

$$= 90$$

10 | 90 donc 4 est bien la clé du code barre.

● Pour le code barre 3130630355094 :

$$S = 3(1+0+3+3+5+9) + (3+3+6+0+5+0+4)$$

$$= 3 \times 21 + 21$$

$$= 84$$

10 ne divise pas 84 donc la clé est fausse.

La bonne clé est 0.

---

## IV.

On considère l'algorithme suivant :

**Entrée :**
Saisir un entier $n$, $n > 2$

**Traitement :**
$i$ prend la valeur 2
**Tantque** $i$ ne divise pas $n$ **Faire**
    $i$ prend la valeur $i + 1$
**FinTantque**

**Sortie :**
Afficher $i$

1°) Indiquer dans le tableau suivant le déroulement pas à pas lors de l'exécution de l'algorithme lorsque l'on entre la valeur 35. Pour la ligne sur la condition, on se contentera d'écrire « vrai » ou « faux ».
Quelle est la valeur de $i$ affichée en sortie ?

| **Étape** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Condition** **$i$ ne divise pas $n$** | | Vrai | Vrai | Vrai | Faux |
| **Valeur de $i$** | 2 | 3 | 4 | 5 | |

Dès que la condition devient fausse, on sort de la boucle et l'algorithme s'arrête.
On ne poursuit donc pas l'algorithme.

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à 5.

2°) Indiquer sans justifier la valeur de $i$ affichée en sortie lorsque l'on entre le nombre 63.

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à 3.

3°) Indiquer par une phrase claire le ce que représente la valeur de $i$ affichée en sortie par rapport à la valeur de $n$ saisie en entrée. Répondre sans justifier.

La valeur de $i$ affichée en sortie représente le plus petit diviseur positif de $n$ autre que 1 (ou strictement supérieur à 1).
On peut écrire que la valeur de $i$ affichée en sortie est égale à $\min\left\{d \in \mathbb{N}^* \,/\, d > 1 \text{ et } d \mid n\right\}$.

4°) Est-il possible que la valeur de $i$ affichée en sortie soit égale à la valeur de $n$ saisie en entrée ? Si oui, préciser les nombres pour lesquels c'est le cas. Répondre sans justifier.

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à la valeur de $n$ saisie en entrée lorsque le nombre $n$ saisi en entrée est un nombre premier c'est-à-dire dont les seuls diviseurs positifs sont 1 et lui-même (il s'agit en fait d'une caractérisation).

5°) Est-il possible que la valeur de $i$ affichée en sortie soit égale à 2 ? Si oui, préciser les nombres pour lesquels c'est le cas. Répondre sans justifier.

La valeur de $i$ affichée en sortie est égale à 2 lorsque le nombre $n$ saisi en entrée est un nombre pair strictement supérieur à 2 (il s'agit en fait d'une caractérisation).

Nous démontrerons plus tard que le plus petit diviseur positif autre que 1 d'un entier naturel supérieur ou égal à 2 est un nombre premier.