1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 3 octobre 2014 (30 min)

Prénom : ………………………………. **Nom :** ………………………………. **Note : …. / 20**

Dans les exercices **I** à **III**, le plan est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Pour ces exercices, un modèle de rédaction est donné. Il faut bien sûr le respecter scrupuleusement !

I. 11 points : 1°) 1 + 1 + 1 + 1 2°) 1 + 1 3°) 1 4°) 3 5°) 1

Les cinq questions sont indépendantes. Chacune doit être résolue le plus rapidement possible.

1°) On donne les points $\text{A}\left|\begin{matrix}2\\-1\end{matrix}\right.$, $\text{B}\left|\begin{matrix}-2\\2\end{matrix}\right.$, $\text{C}\left|\begin{matrix}0\\5\end{matrix}\right.$, $\text{D}\left|\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right.$.

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$ (ne donner aucun détailler des calculs). Que constate-t-on ? Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD ?

$\overrightarrow{\text{AB}}\left|\begin{matrix}\text{............}\\ \\ \text{............}\end{matrix}\right.$ $\overrightarrow{\text{DC}}\left|\begin{matrix}\text{............}\\ \\ \text{............}\end{matrix}\right.$

On constate que ……………………………………………………………………………………….…………….

On en déduit que ……………………………………………………………………………………………………..

2°) On donne les vecteurs $\vec{u}\left|\begin{matrix}12\\-9\end{matrix}\right.$ et $\vec{v}\left|\begin{matrix}-4\\3\end{matrix}\right.$.

Calculer le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$? Que peut-on en déduire ?

$$\det\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \begin{vmatrix}\text{.....} & \text{.....}\\ \text{.....} & \text{.....}\end{vmatrix} = \text{..................................} = \text{...........}$$

On en déduit que ……………………………………………………………………………………………………..

3°) On donne la droite D d'équation cartésienne $2x - 3y + 1 = 0$.

Un vecteur directeur est le vecteur $\vec{w}\left|\begin{matrix}\text{.......}\\ \text{.......}\end{matrix}\right.$.

4°) On donne les points $\text{E}\left|\begin{matrix}-5\\3\end{matrix}\right.$ et $\text{F}\left|\begin{matrix}4\\-2\end{matrix}\right.$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (EF).

Soit M(x ; y) un point quelconque du plan.

$\text{M} \in \left(\text{EF}\right)$ si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si $\begin{vmatrix}\text{.....} & \text{.....}\\ \text{.....} & \text{.....}\end{vmatrix} = \text{.....}$

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

si et seulement si ……………………………………………………………………………………

(EF) a pour équation cartésienne ……………………………………………………..

5°) On donne le point $\text{G}\left|\begin{matrix}5\\-3\end{matrix}\right.$.

Exprimer $\overrightarrow{\text{OG}}$ en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

$\overrightarrow{\text{OG}} = \text{..........................}$

II. 2 points

Déterminer le(s) réel(s) m tel(s) que les vecteurs $\vec{u}\left|\begin{matrix}1-m\\2\end{matrix}\right.$ et $\vec{v}\left|\begin{matrix}-2\\1+m\end{matrix}\right.$ soient colinéaires.

On adoptera un raisonnement par chaîne d'équivalences (« $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ……………. »).

……..……

……..……

……..……

……..……

……..……

……..……

……..……

III. 2 points

On donne les points $I\begin{vmatrix}-3\\-1\end{vmatrix}$ et $J\begin{vmatrix}0\\4\end{vmatrix}$.

Calculer les coordonnées $(x_K\ ;\ y_K)$ du point K tel que $\overrightarrow{KI}+2\overrightarrow{KJ}=\vec{0}$ (1).

On commencera par écrire : « L'égalité (1) se traduit en coordonnées par le système $\begin{cases}\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\end{cases}$ » et l'on poursuivra en système que l'on écrira les uns en dessous des autres. On n'écrira que 3 étapes de calculs (donc 3 systèmes !).

………

………

………

………

………

………

………

IV. 2 points

Soit ABC un triangle. On note E le point tel que $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

Exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$ (écrire une seule étape de calcul).
En déduire les coordonnées du point E dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

$\overrightarrow{AE}=$.................................   (mettre une étape de calcul)

$\overrightarrow{AE}=$.................................

Donc les coordonnées du point E dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ sont (….. ; …..).

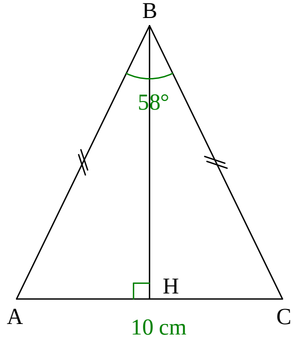
V. 1 point

On sait que – 1,738 est la valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut d'un réel x.
Donner le meilleur encadrement possible de x sans justifier.

……………………………………………………………

VI. 2 points

Soit ABC un triangle isocèle en B tel que $\widehat{ABC}=58°$ et $AC=10$ cm.
Calculer la longueur AB en centimètres (donner l'« expression exacte » puis la valeur arrondie au dixième).



AB = ...

AB ≈ .... (valeur arrondie au dixième)

Corrigé du contrôle du 3-10-2014

I. 11 points : 1°) 1 + 1 + 1 + 1   2°) 1 + 1   3°) 1   4°) 3   5°) 1

Les cinq questions sont indépendantes. Chacune doit être résolue le plus rapidement possible.

1°) On donne les points $A\begin{vmatrix}2\\-1\end{vmatrix}$, $B\begin{vmatrix}-2\\2\end{vmatrix}$, $C\begin{vmatrix}0\\5\end{vmatrix}$, $D\begin{vmatrix}4\\2\end{vmatrix}$.

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ (ne donner aucun détailler des calculs). Que constate-t-on ? Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD ?

$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix}-4\\3\end{vmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{vmatrix}-4\\3\end{vmatrix}$

On constate que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

On en déduit que ABCD est un parallélogramme.

2°) On donne les vecteurs $\vec{u}\begin{vmatrix}12\\-9\end{vmatrix}$ et $\vec{v}\begin{vmatrix}-4\\3\end{vmatrix}$.

Calculer le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$? Que peut-on en déduire ?

$$\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\begin{vmatrix}12 & -4\\-9 & 3\end{vmatrix}=12\times3-(-9)\times(-4)=0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

3°) On donne la droite D d'équation cartésienne $2x-3y+1=0$.

Un vecteur directeur est le vecteur $\vec{w}\begin{vmatrix}3\\2\end{vmatrix}$.

4°) On donne les points $E\begin{vmatrix}-5\\3\end{vmatrix}$ et $F\begin{vmatrix}4\\-2\end{vmatrix}$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (EF).

Soit M(x ; y) un point quelconque du plan.

$M\in(EF)$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires

si et seulement si $\begin{vmatrix}x+5 & 9\\y-3 & -5\end{vmatrix}=0$

si et seulement si $-5(x+5)-9(y-3)=0$

si et seulement si $5(x+5)+9(y-3)=0$

si et seulement si $5x+9y-2=0$

(EF) a pour équation cartésienne $5x+9y-2=0$.

5°) On donne le point $G\begin{vmatrix}5\\-3\end{vmatrix}$.

Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

$\overrightarrow{OG}=5\vec{i}-3\vec{j}$ (il s'agit d'une égalité vectorielle)

II. 2 points

Déterminer le(s) réel(s) m tel(s) que les vecteurs $\vec{u}\begin{vmatrix}1-m\\2\end{vmatrix}$ et $\vec{v}\begin{vmatrix}-2\\1+m\end{vmatrix}$ soient colinéaires.

On adoptera un raisonnement par chaîne d'équivalences (« $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ……………. »).

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\begin{vmatrix}1+m & -2\\2 & 1+m\end{vmatrix}=0$

si et seulement si $(1+m)(1-m)+4=0$

si et seulement si $1-m^2+4=0$

si et seulement si $m^2=5$

si et seulement si $m=\sqrt{5}$ ou $m=-\sqrt{5}$

L'abréviation « ssi » était autorisée.

On ne doit pas rompre la chaîne d'équivalences en mettant un « d'où » ou un « donc » à un endroit.

III. 2 points

On donne les points $I\left|\begin{array}{l}-3\\-1\end{array}\right.$ et $J\left|\begin{array}{l}0\\4\end{array}\right.$.

Calculer les coordonnées $\left(x_{\mathrm{K}}\ ;\ y_{\mathrm{K}}\right)$ du point K tel que $\overrightarrow{\mathrm{KI}}+2\overrightarrow{\mathrm{KJ}}=\vec{0}$ (1).

On commencera par écrire : « L'égalité (1) se traduit en coordonnées par le système $\begin{cases}\dots\dots\dots\\\dots\dots\dots\end{cases}$ » et l'on poursuivra en système que l'on écrira les uns en dessous des autres. On n'écrira que 3 étapes de calculs (donc 3 systèmes !).

L'égalité (1) se traduit en coordonnées par le système

$$\begin{cases}\left(x_{\mathrm{I}}-x_{\mathrm{K}}\right)+2\left(x_{\mathrm{J}}-x_{\mathrm{K}}\right)=0\\\left(y_{\mathrm{I}}-y_{\mathrm{K}}\right)+2\left(y_{\mathrm{J}}-y_{\mathrm{K}}\right)=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-3-x_{\mathrm{K}}-2x_{\mathrm{K}}=0\\-1-y_{\mathrm{K}}+8-2y_{\mathrm{K}}=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-3x_{\mathrm{K}}=3\\-3y_{\mathrm{K}}=-7\end{cases}$$

$$\begin{cases}x_{\mathrm{K}}=-1\\y_{\mathrm{K}}=\dfrac{7}{3}\end{cases}$$

K a pour coordonnées $\left(-1\,;\dfrac{7}{3}\right)$.

IV. 2 points

Soit ABC un triangle. On note E le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}$.

Exprimer $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et de $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ (écrire une seule étape de calcul).
En déduire les coordonnées du point E dans le repère $\left(\mathrm{A},\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$.

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

Donc les coordonnées du point E dans le repère $\left(\mathrm{A},\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$ sont (2 ; 1).

V. 1 point

On sait que – 1,738 est la valeur décimale approchée d'ordre 3 par défaut d'un réel x.
Donner le meilleur encadrement possible de x sans justifier.

$$-1{,}738\leqslant x<-1{,}737$$

large strict

– 1,738 est un décimal d'ordre 3 car il comporte 3 chiffres après la virgule.

On rappelle la définition :

x est un réel quelconque.
y décimal d'ordre p (c'est-à-dire comportant p décimales).

y est la valeur décimale approchée d'ordre p par défaut de x signifie que $y\leqslant x<y+10^{-p}$.

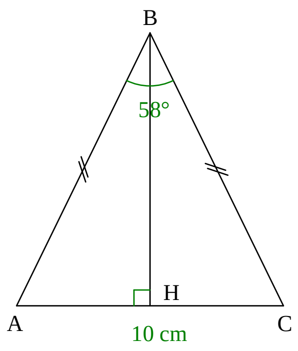
Dans ce cas, $z=y+10^{-p}$ est appelé la valeur décimale approchée d'ordre p par excès de x.

« par défaut » et « par excès » se réfèrent au positionnement de y et z par rapport à x.

La notion de valeur décimale approchée par excès ou par défaut de x n'a aucun rapport avec la notion d'arrondi automatique.

VI. 2 points

Soit ABC un triangle isocèle en B tel que $\widehat{\mathrm{ABC}}=58°$ et $\mathrm{AC}=10$ cm.
Calculer la longueur AB en centimètres (donner l'« expression exacte » puis la valeur arrondie au dixième).



$$AB = \frac{5}{\sin 29°} \text{ cm}$$

$$AB \approx 10{,}3 \text{ cm} \quad \text{(valeur arrondie au dixième)}$$

Attention, quand on écrit sin 29°, l'unité (degré) doit apparaître.