1$^{\text{ère}}$ S1

Contrôle du vendredi 26 septembre 2014 (30 min)

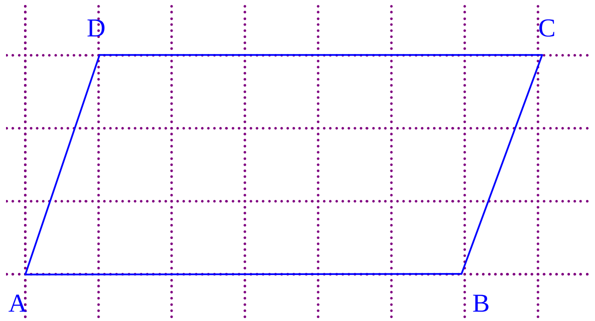
Prénom : …………………………… **Nom :** ……………………………

Note : …. / 20

I. (8 points : 3 points + 3 points + 2 points)

Soit ABCD un parallélogramme.

On note I le milieu de [CD] et J le point défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{DJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$.



1°) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2°) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

3°) Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

II. (3 points)

Démontrer que l'on a : $1-\sqrt{\left(2-\sqrt{8}\right)^2}=3-2\sqrt{2}$.

………...

………...

………...

………...

………...

………...

………...

………...

………...

………...

III. (3 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

1°) On sait que – 1,486 est une valeur approchée à 2×10^{-3} près d'un réel x.
Donner le meilleur encadrement possible de x.

…………………………………………………………

2°) On pose $y=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.
Déterminer à l'aide de la calculatrice les approximations décimales au millième par défaut et par excès de y.

L'approximation décimale au millième par défaut de y est égale à …………….. .

L'approximation décimale au millième par excès de y est égale à …………….. .

IV. (2 points)

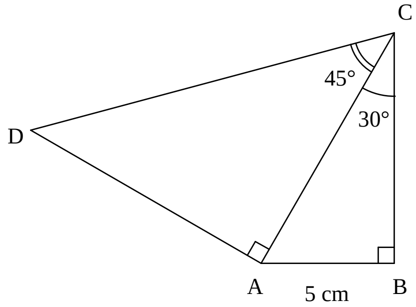
Un rectangle est deux fois plus long que large.
Exprimer son périmètre $\mathscr{P}$ et son aire $\mathscr{A}$ en fonction de largeur ℓ (sous la forme la plus simple possible)

$\mathscr{P}$ = ...

$\mathscr{A}$ = ...

V. (4 points : 2 points + 2 points)

Avec les données de la figure ci-dessous, déterminer la valeur exacte des longueurs AC et CD (une seule réponse à chaque fois).



Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.

On donne le tableau ci-dessous :

x	30	45	60
$\cos x°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin x°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan x°$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

AC = ...

CD = ...

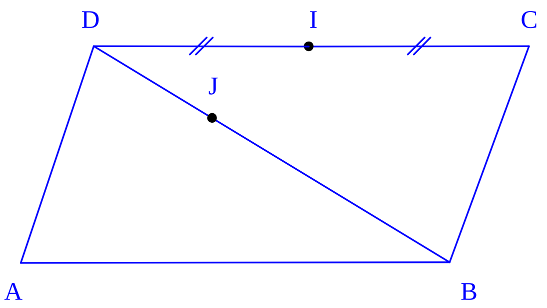
Corrigé du contrôle du 26-9-2014

I.

Soit ABCD un parallélogramme.

On note I le milieu de [CD] et J le point défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{DJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$.

1°) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2°) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3°) Démontrer que les points A, I, J sont alignés.



1°)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AI}&=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DI} && \text{(relation de Chasles)}\\ &=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} && \left(\overrightarrow{DI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}\ \text{car I est le milieu de [CD]}\right)\\ &=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD} && \left(\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}\ \text{car ABCD est un parallélogramme}\right)\end{aligned}$$

2°)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AJ}&=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ} && \text{(relation de Chasles)}\\ &=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}\\ &=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\\ &=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\end{aligned}$$

3°)

On a : $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Or $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

Par suite, $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ sont colinéaires.

Par conséquent, les points A, I, J sont alignés.

On n'utilise pas de « si et seulement si » dans la question 3°) de cet exercice (ni d'ailleurs dans le reste du contrôle).
Ici, on fait appel à un raisonnement déductif.
En début d'année scolaire de 1$^{\text{ère}}$ S, l'usage du « si et seulement si » est toujours indiqué dans les contrôles.

II.

Démontrer que l'on a : $1-\sqrt{\left(2-\sqrt{8}\right)^2}=3-2\sqrt{2}$.

Il s'agit de démontrer une égalité.
Nous allons partir de l'un des membres (ici le membre de gauche, le plus compliqué) et nous allons démontrer par des calculs qu'il est égal au membre de droite.

$$\begin{aligned}1-\sqrt{\left(2-\sqrt{8}\right)^2}&=1-\left|\,2-\sqrt{8}\,\right| && \text{(propriété du cours)}\\ &=1-\left(-2+\sqrt{8}\right) && \left(2-\sqrt{8}<0\ \text{car}\ 2<\sqrt{8}\right)\\ &=3-\sqrt{8}\\ &=3-2\sqrt{2}\end{aligned}$$

III.

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

1°) On sait que – 1,486 est une valeur approchée à 2×10^{-3} près d'un réel *x*.
Donner le meilleur encadrement possible de *x*.

$$\boldsymbol{-1,488\leqslant x\leqslant -1,484}$$

• Attention, les inégalités sont larges (cf. définition d'une valeur approchée).

• Attention à l'ordre des bornes : la plus petite est à gauche et la plus grande est à droite $-1,484\leqslant x\leqslant -1,488$ est absurde.

• Au centre de l'inégalité figure *x*. Il est absurde d'écrire $-1,488\leqslant -1,486\leqslant -1,484$.
Ce n'est pas – 1,486 que l'on encadre mais *x* !

2°) On pose $y = \sqrt{2+\sqrt{2}}$.
Déterminer à l'aide de la calculatrice les approximations décimales au millième par défaut et par excès de *y*.

L'approximation décimale au millième par défaut de *y* est égale à **1,847**.

L'approximation décimale au millième par excès de *y* est égale à **1,848**.

Avec la calculatrice on trouve $y = 1{,}84775906...$.
On a $1{,}847 \leqslant y < 1{,}848$. D'où les résultats.

IV.

Un rectangle est deux fois plus long que large.
Exprimer son périmètre $\mathscr{P}$ et son aire $\mathscr{A}$ en fonction de largeur ℓ (sous la forme la plus simple possible)

$$\mathscr{P} = 6\ell$$

$$\mathscr{A} = 2\ell^2$$

Un élève m'a fait remarquer que l'unité de longueur n'est pas donnée dans l'énoncé.
Cela n'a rien de gênant.

Justification :

La largeur du rectangle étant égale à ℓ sa longueur est égale à 2ℓ.

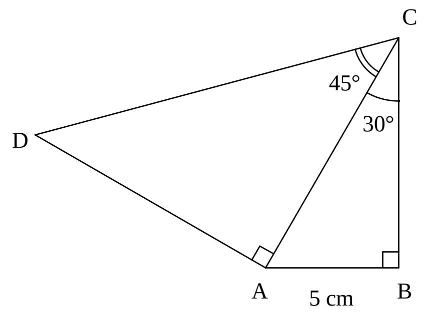
Donc

$$\mathscr{P} = 2(\ell + 2\ell) = 2 \times 3\ell = 6\ell$$

$$\mathscr{A} = \ell \times 2\ell = 2\ell^2$$

V.

Avec les données de la figure ci-dessous, déterminer la valeur exacte des longueurs AC et CD.



Il est demandé de ne rien écrire sur la figure.

On donne le tableau ci-dessous :

x	30	45	60
$\cos x°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sin x°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan x°$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$\text{AC} = 10\ \text{cm}$

$\text{CD} = 10\sqrt{2}\ \text{cm}$