

Le jeu du Vingt

Qui est gagnant ?

Le jeu du 20, organisé par une association, se déroule de la manière suivante.

Le joueur mise 5 € et lance un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 plusieurs fois. Il additionne les numéros obtenus et s'arrête lorsque cette somme a atteint 20.

Si le total de ses points atteint ou dépasse 20 en un maximum de 5 lancers, alors il gagne et l'organisateur du jeu lui donne 10 €. Dans le cas contraire, le joueur perd et l'organisateur du jeu ne lui donne rien.

L'objectif de ce problème est de simuler ce jeu pour savoir si l'association va être gagnante.

PARTIE 1

Première situation : une seule partie

1°) Soit N le nombre de fois où le joueur lance le dé.

Démontrer que l'on a : $4 \leq N \leq 20$.

2°) Écrire en langage naturel un algorithme qui simule les lancers pour un joueur, calcule et affiche le nombre de lancers du dé qui a été nécessaire et affiche le gain algébrique en euros (+ 5 ou - 5) du joueur.

Programmer ensuite cet algorithme sur la calculatrice. Noter sur la copie le programme saisi.

PARTIE 2

Deuxième situation : plusieurs joueurs

1°) Est-il possible que le joueur gagne en une seule partie ? Est-il possible que le joueur gagne les dix premières parties ? Est-il possible que le joueur gagne les 100 000 premières parties ?

Ne pas répondre par des probabilités.

2°) Avec la simulation de la partie 1, recopier et compléter le tableau suivant pour les 10 premières parties :

Numéro de la partie	1	2	...
Nombre de lancers de dé			
Gain du joueur (- 5 ou + 5)			
Gain total de l'association			
Gain moyen de l'association par joueur			

3°) Modifier l'algorithme pour qu'il simule les 100 parties et qu'il donne le gain moyen du joueur pour l'association. Écrire le programme saisi sur la calculatrice.

4°) Exécuter plusieurs fois le programme précédent. Observer les modifications du gain moyen.

À la lumière des résultats précédents, est-on certain que l'association sera toujours gagnante? Argumenter.

Corrigé

PARTIE 1

1°) Démontrons que $4 \leq N \leq 20$.

Les faces du dé cubique sont numérotées de 1 à 6. Le plus grand nombre de lancers pour obtenir 20 s'obtient donc avec 1 et le plus petit avec 6.

Ainsi (nombre de lancers pour 6) $\leq N \leq$ (nombre de lancers pour 1)

Donc $4 \leq N \leq 20$.

2°) Algorithme

Variables : N, n entier naturels

Initialisations :

N prend la valeur 0

n prend la valeur 0

Traitement :

Tantque $n \leq 20$ **Faire**

 N prend la valeur N + 1

 n prend la valeur $n + \text{Aléat}(1, 6)$

FinTantque

Sortie :

Si $N > 5$

 Alors afficher « - 5 »

Sinon afficher « +5 »

FinSi

Afficher N